



REPUBLIQUE DU SENEGAL

MINISTERE DE L'ECONOMIE ET DES FINANCES

AGENCE NATIONALE DE LA STATISTIQUE
ET DE LA DEMOGRAPHIE

Direction des Statistiques Economiques et de la Comptabilité Nationale
Division de la Comptabilité Nationale, des Synthèses et Etudes Analytiques
Bureau des Synthèses et Etudes Analytiques

ESTIMATION DE COEFFICIENTS TECHNIQUES ROBUSTES POUR L'ECONOMIE SENEGALAISE

Latif DRAMANI
Oumy LAYE
Diama NDIAYE DIOUF

Aout 2007

¹ L'ANSD n'entend donner aucune approbation ou improbation aux opinions émises dans cette étude. Ces opinions doivent être considérées comme propres à leurs auteurs.

RESUME

Les comptes nationaux ont été, pendant longtemps, l'une des préoccupations majeures dans la production de statistiques économiques au sein de l'administration publique sénégalaise. Les travaux de la comptabilité nationale s'intéressent beaucoup à la production statistique des comptes et d'autres tableaux synthétiques comme le Tableau Economique d'Ensemble et le Tableau des Entrées Intermédiaires (TEI). Le TEI, conçu grâce à la détermination des coefficients techniques, met en exergue les interrelations entre les différentes branches d'activités.

La présente étude s'inspire des travaux de Leontief [1927] sur les modèles input-output et propose une démarche synthétique permettant de calculer des coefficients techniques robustes, ainsi que leurs intervalles de confiance. Les données utilisées proviennent d'une compilation des Tableaux Entrées Sorties (TES) de 1980 à 2004.

Pour assurer la robustesse des résultats, un estimateur hybride, combinaison optimale de la moyenne et de la médiane a été privilégié.

Les résultats obtenus mettent en évidence, une bonne adéquation entre les intervalles estimés et les données réelles observées.

Les simulations faites dans le cas d'une flambée du prix du baril en 2005, répliquent assez bien la réalité observée dans la structure économique au Sénégal.

TABLE DES MATIERES

LISTE DES TABLEAUX ET GRAPHIQUES	4
LISTE DES TABLEAUX.....	4
LISTE DES GRAPHIQUES	4
LISTE DES SIGLES	5
INTRODUCTION	6
PREMIERE PARTIE	8
I- REVUE SELECTIVE DE LA LITTERATURE	9
II-INTERET DE L' ETUDE	11
II-1 Les objectifs de l'étude.....	11
II-2 Motivations de l'étude.....	11
III- DESCRIPTION DU TES ET DU TEI	12
III-1 Description du TES.....	12
III-2 Description du TEI.....	14
III-3 La méthode RAS (Racking-Ratio ou Iterative Proportional Fitting).....	16
III-4 Les propriétés mathématiques de la méthode RAS.....	16
DEUXIEME PARTIE	19
I- METHODOLOGIE DE CALCUL DES COEFFICIENTS TECHNIQUES ROBUSTES	20
I- 1 Le schéma synthétique de la ventilation.....	20
I-2 Détermination de la structure des β_i	21
I-3 Détermination de la structure des γ_j	21
I-4 Le processus d'élaboration des coefficients techniques robustes.....	22
II LA DETERMINATION DE L'INTERVALLE DE CONFIANCE	25
II-1 Construction d'un intervalle de confiance à partir d'un pivot.....	25
II-2 Construction d'un intervalle de confiance empirique.....	27
II-3 Choix de l'estimateur.....	28
TROISIEME PARTIE	29
I- LES PERFORMANCES DU MODELE	30
II- SIMULATIONS ET COMPARAISONS	31
II-1 Estimation des Coefficients techniques de 2001 à 2005.....	31
II-2 Simulation d'une augmentation de 10% du prix du baril du pétrole.....	34

LIMITES DE L'ETUDE ET CONCLUSION	40
BIBLIOGRAPHIE	42
ANNEXES	44
ENCADRE 1 : LA FAMILLE DES FILTRES DE HOLT WINTERS.....	45
ENCADRE 2 : LA METHODE DE FILTRAGE DE HODRICK ET PRESCOTT'	47
ENCADRE3 : DISTRIBUTION DU RAPPORT DE DEUX VARIABLES	48
ENCADRE 4 : LES JUSTIFICATIFS DU CHOIX DE L'ESTIMATEUR.....	50
ENCADRE 5 : L'ESTIMATEUR COMBINAISON LINEAIRE DE LA MOYENNE ET DE LA MEDIANE.....	52

LISTE DES TABLEAUX ET GRAPHIQUES

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1: Test d'adéquation et de performance des estimations sur les deux estimateurs retenus	28
Tableau 2: Coefficients Techniques de 2001 à 2005 et intervalles de confiance.....	33
Tableau 3 : Effet sur les prix et le taux de croissance de la valeur ajoutée.....	37
Tableau 4 : Test de normalité sur les branches.....	54
Tableau 5: Calcul des erreurs quadratiques moyennes (RMSE) des produits disponibles par branches	55
Tableau 6: Calcul des erreurs quadratiques moyennes des consommations intermédiaires par branches	56
Tableau 7 : Structure médiane de la part des produits dans la consommation intermédiaire	57
Tableau 8 : Branche d'activité	58

LISTE DES GRAPHIQUES

Graphique 1 : Description schématique du TES	12
Graphique 2 : Tableau entrées sorties.....	13
Graphique 3 : Illustration du Calcul du TEI.....	18
Graphique 4 : Schéma de la ventilation	22
Graphique 5 : Courbe d'une loi normale et illustration des bornes de l'intervalle de confiance	26
Graphique 6 : Illustration des lois suivis par les deux estimateurs	28
Graphique 7 : schéma illustratif du mécanisme de transmission du choc du prix du pétrole.....	36

LISTE DES SIGLES

SIGLE	LIBELLE
MAX	MAXIMUM
MIN	MINIMUM
BR	BRANCHE
RMSE	ROOT MEAN SQUARE ERROR
THEIL	COEFFICIENT DE THEIL
CI	CONSOMMATION INTERMEDIAIRE
PDB	PRODUCTION DISPONIBLE BRUTE
TEI	TABLEAU DES ECHANGES INTER INDUSTRIELS
FILTRE HP	FILTRE DE HODRICK ET PRESCOTT
HW	METHODE DE HOLT WINTERS
MCS	MATRICE DE COMPTABILITE SOCIALE
TRE	TABLEAU RESSOURCES EMPLOIS
TEI	TABLEAU DES ECHANGES INTERINDUSTRIELS
SCN	SYSTEME DE COMPTABILITE NATIONALE
TES	TABLEAU ENTREES SORTIES
TS	TREND STATIONARY PROCESSES
DS	DIFFERENCY STATIONNARY PROCESSES

INTRODUCTION

Les comptes nationaux ont été, pendant longtemps, l'une des préoccupations majeures dans la production de statistiques économiques au sein de l'Administration Publique. Ils donnent une vision globale de la situation économique du pays en retraçant l'activité des principaux agents (en particulier, les entreprises financières ou non financières, les administrations publiques et privées, les ménages). Ils sont un outil essentiel d'aide à la prise de décision à la disposition des autorités politiques.

Les comptes nationaux fournissent un ensemble de tableaux synthétiques : le Tableau Entrées Sorties (TES), le Tableau des Echanges Interindustriels (TEI), la Matrice de Comptabilité Sociale (MCS) etc.

Le Tableau Entrées et Sorties est composé du Tableau des Echanges Interindustriels (TEI), et de la matrice des emplois finals. Le TEI, conçu grâce à la détermination des coefficients techniques, met en exergue les interrelations entre les différentes branches d'activités. En ligne, il fournit la ventilation et la consommation intermédiaire totale d'un produit par les différentes branches utilisatrice. En colonne, le TEI donne la décomposition de la consommation intermédiaire totale d'une branche selon les différents produits.

Toutefois, en dépit des efforts faits, le Bureau de la Comptabilité Nationale ne disposait pas de l'ensemble des tableaux synthétiques recommandés par le SCN93. Cependant, des progrès ont été réalisés dans un passé récent, pour produire annuellement des TES.

Par ailleurs, le retard dans la production des comptes économiques a été rattrapé. Ainsi, les comptes provisoires, semi définitifs et définitifs sont produits en respectant les délais internationaux. Des TES ont été choisis pour servir de base de calcul aux coefficients techniques pour l'élaboration des TES en valeur et en volume.

Cette étude a pour objectif principal de tester la stabilité des coefficients techniques et d'estimer un TEI robuste, c'est-à-dire un TEI dont les coefficients techniques sont stables dans le temps. Les objectifs spécifiques sont d'abord le calcul des coefficients qui permettront d'évaluer le total des consommations intermédiaires par branche d'activités, ensuite la détermination des consommations intermédiaires par produit et par branche. Enfin, une simulation d'un TEI sera faite après avoir confronté sur une période récente les paramètres (coefficients techniques) à la réalité.

Dans la littérature, les auteurs ont des définitions différentes de la robustesse. Ainsi dans le domaine des statistiques, Huber (1981) caractérise la robustesse comme étant une insensibilité à toutes déviations par rapport aux hypothèses. La robustesse implique une insensibilité aux écarts dus à une non-conformité aux hypothèses sous-jacentes à un modèle probabiliste. Les méthodes classiques d'analyse statistique nécessitent très souvent une distribution gaussienne des données. Les méthodes robustes quant à elles, garantiront que le résultat est bon pour une très grande diversité de distributions sans pour autant être les meilleures pour une en particulier.

La robustesse des coefficients techniques choisis n'a jamais été démontrée et leur non pertinence peut entraîner des erreurs dans l'estimation des différentes grandeurs macro-économiques. C'est pourquoi, des travaux sur la robustesse et l'estimation de ceux-ci seront utiles pour améliorer la qualité des données des comptes nationaux.

Les coefficients techniques, dont les intervalles de variation sont déterminés dans ce document, sont les paramètres qui permettent d'avoir une bonne ventilation des consommations intermédiaires au sein des branches de l'activité productive.

Cette étude est présentée en trois parties.

La première partie fait une description du TES et du TEI après avoir présenté une revue succincte et sélective de la littérature sur l'analyse input output.

La deuxième partie décrit la méthodologie de conception du TES robuste, ainsi que la spécification des intervalles de confiance selon deux approches différentes.

- la première fondée sur une fonction pivotale
- la seconde fondée sur un mélange de lois

La troisième partie examine les résultats des estimations, et propose des simulations sur le TES généré. Une série de tests statistiques est effectuée pour confronter les estimations obtenues aux réalités empiriques.

PREMIERE PARTIE

I- REVUE SELECTIVE DE LA LITTERATURE

Les articles de Leontief datant des années trente (Leontief [1936] [1937] [1941]), comportent l'essentiel du matériau analytique qui fait l'analyse input-output c'est-à-dire la combinaison d'un tableau de comptabilité nationale et d'un modèle mathématique utilisant le calcul matriciel. L'analyse input-output est le résultat de la collaboration, à la demande du gouvernement américain puis de l'armée de l'air américaine, entre Leontief et le Bureau of Labor Statistics, de 1941 à 1954.

L'approche input-output permet de construire dans un premier temps un tableau des échanges interindustriels où figurent non seulement l'*output* de chaque industrie mais aussi la quantité de bien des autres industries que chaque industrie consomme. On peut alors calculer la quantité de bien d'une autre industrie (j) nécessaire à la production d'une unité de bien de chaque industrie (i) : ce ratio est un coefficient technique². Pour Leontief, les coefficients techniques sont directement tirés des Eléments d'économie politique pure de Walras³. D'ailleurs, l'analyse de la production de Walras est formellement similaire au modèle input-output de Leontief⁴.

Le modèle de Leontief part de l'écriture des égalités emplois-ressources pour chaque industrie d'une part et des égalités entre les valeurs ajoutées additionnées aux coûts de production et les prix d'autres part, formant deux systèmes d'équations autonomes. En faisant apparaître les coefficients techniques dans le système des quantités, on obtient l'écriture matricielle suivante : en notant \mathbf{d} le vecteur colonne des demandes finales par industrie, \mathbf{A} la matrice des coefficients techniques (la matrice structurelle), \mathbf{X} le vecteur des *outputs*, \mathbf{P} le vecteur-prix, \mathbf{R} le vecteur des valeurs ajoutées (salaires et profit) et enfin, \mathbf{I} la matrice identité, on a :

$$(\mathbf{I}-\mathbf{A})\mathbf{X} = \mathbf{d} \text{ et } (\mathbf{I}-\mathbf{A})'\mathbf{P} = \mathbf{R}$$

C'est ce modèle et le tableau entrées-sorties associé qui prennent forme aux Etats-Unis dans les années trente et quarante. Leontief indique que l'idée de l'analyse input-output était déjà conçue à son arrivée aux Etats-Unis en 1931, lors de son travail au centre de recherche sur l'économie mondiale de Kiel, à la fin des années vingt. Pour ce dernier, c'est son travail sur l'estimation économétrique des fonctions d'offre et de demande en équilibre partiel qui l'aurait amené à envisager la supériorité de l'équilibre général et à en proposer une version simplifiée et opérationnelle avec l'analyse input-output⁵.

² Leontief fait l'hypothèse que les coefficients techniques sont constants, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de substitution entre les facteurs de production et que les rendements sont constants. Par ailleurs, Leontief suppose qu'il n'y pas de productions jointes. Dans le modèle ouvert, le travail est le seul facteur non produit (facteur primaire).

³ On trouve aussi dans des publications précoces la référence à Cassel (Leontief [1927]).

⁴ Le tableau entrées-sorties associé au modèle mathématique est appelé analyse *input-output*. Le tableau seul ne constitue pas l'analyse *input-output*. Ce n'est d'ailleurs pas le tableau seul qui a fait le succès de l'analyse *input-output* mais bien la combinaison du tableau et du modèle. Sans le modèle on ne peut effectuer ni prévision, ni planification ou mettre en oeuvre des politiques économiques.

⁵ Ce n'est que très tardivement que Leontief a reconnu les racines classiques de son approche. On peut penser que Leontief a emprunté les formalismes et certaines analyses de Walras pour exprimer des idées plutôt « classiques ». D'où la troublante

Par ailleurs Leontief affirme dès le début des années trente que l'analyse input-output est une application de la théorie de l'équilibre général de Walras et reprend le Tableau économique de Quesnay (1758).

La puissance de l'analyse input output s'est développée dans les périodes de crises, et a permis par ricochet de développer des disciplines comme la comptabilité nationale.

La problématique de la mise en place des tableaux entrées-sorties est inspirée des travaux de planification de l'économie soviétique. Les origines profondes de l'analyse input output remontent aux travaux qui ont conduit à la naissance de la programmation linéaire, en Union Soviétique et aux Etats-Unis à la même période (influence, ignorance, convergence).

Quoique initialement conçue dans des buts concrets, l'analyse input-output fait apparaître des liens étroits entre le développement des mathématiques et celui de l'analyse économique la plus abstraite puisqu'elle inspirera les démonstrations modernes d'existence de l'équilibre général des années 1950. Leontief (1986) explique que les avancées de l'analyse input-output se sont faites au rythme des financements et des élections politiques aux Etats-Unis. L'analyse input-output est en effet coûteuse en moyens financiers, humains et techniques. Le problème de la résolution matricielle du modèle a nécessité la construction de modèles très agrégés (10 secteurs), donc faiblement opératoires, jusqu'à ce que des ordinateurs soient construits et que soient développés des programmes informatiques capables d'intégrer des dizaines puis des centaines de branches dans les tableaux input-output.

Si le modèle de Leontief entame, au milieu des années 1940, une nouvelle orientation, dans la recherche fondamentale, cela est lié aux travaux de Dantzig qui travaillait, sous la direction de Leontief, pour l'armée de l'air américaine. En 1949, Dantzig publie deux articles sur la programmation d'activités interdépendantes où le « modèle mathématique » présenté est une généralisation du modèle de Leontief. Il est étroitement lié à celui que Von Neumann a présenté dans l'article intitulé "A Model of General Equilibrium" (1935-36) » [Dantzig-Wood, 1949]. Koopmans va utiliser cette nouvelle problématique et la voie ouverte par Dantzig : ce sont les débuts de l'analyse d'activité. Autour de la Cowles Commission, Debreu et McKenzie travaillent également sur des modèles de Leontief. C'est dans ce cadre que seront mises au point des avancées techniques mathématiques concernant les espaces convexes, l'optimisation, le dual ainsi que des améliorations de la méthode du simplexe. La portée de ces avancées aboutira finalement aux démonstrations d'existence par Arrow et Debreu et par McKenzie en 1954.

Ces développements, avant tout mathématiques, répondent aux désirs de mathématiciens « effrayés » par la faiblesse de la formalisation des modèles économiques. Ils coïncident aussi avec la polémique lancée par Koopmans [1947] sur la « mesure sans théorie » contre le NBER (National Bureau of Economic and Research).

ressemblance entre le modèle de Leontief et les (tardives) équations de Sraffa dans *La production de marchandises par des marchandises*. Ce n'est pas l'examen des origines soviétiques qui permet de lier le modèle de Leontief à la théorie classique mais les travaux berlinois de Leontief [1927] [1928].

En France, où l'analyse input-output bénéficie, juste après la seconde guerre mondiale, de l'engouement pour la planification, l'INSEE intègre celle-ci à la comptabilité nationale d'abord sous la forme d'un TEI puis d'un TES.

Aujourd'hui, la plupart des modèles économiques intègrent des TES à des niveaux de détail plus ou moins fins. L'usage de TES comme outil de planification et de prévision est intrinsèque à l'analyse input-output. Ceci tient à sa combinaison de modélisation et d'organisation logique des données. L'intégration des TES ne se limite cependant pas aux modèles de Leontief et, à partir des années soixante, on voit se diversifier les modèles ayant recours au TES. L'un des premiers projets de modélisation inspiré du TES est la construction, à l'initiative de Stone, des Matrices de Comptabilité Sociale (MCS); les MCS ont l'avantage de distinguer différents groupes d'agents de manière à évaluer les transferts des uns vers les autres. Cette approche connaît un vif succès auprès d'institutions telles que la Banque Mondiale et l'ONU. Les MCS, en orientant l'analyse *input-output* vers la thématique de la croissance, portent un projet plus large d'intégration des données de la comptabilité nationale que l'on retrouvera dans les modèles d'équilibre général calculables des années 1970.

II-INTERET DE L' ETUDE

II-1 Les objectifs de l'étude

Les travaux de la comptabilité nationale s'intéressent à la production statistique des comptes et d'autres tableaux synthétiques comme les TEE et les TEI. Parallèlement à ces travaux, la présente contribution quant à elle propose une démarche synthétique permettant de calculer des coefficients techniques robustes pour l'économie sénégalaise.

L'objectif principal de cette étude est de proposer une méthodologie de calcul des coefficients techniques robustes. Il s'agira spécifiquement de :

- choisir un estimateur robuste pour l'estimation des coefficients techniques ;
- produire une estimation des coefficients techniques robustes ;
- effectuer une simulation sur les données réelles du TES de 2001 à 2004 ;

Les données utilisées proviennent d'une compilation des TES de 1980 à 2004, soit une série de 25 années de TES.

II-2 Motivations de l'étude

La question centrale qui se pose est la détermination et la quantification des différentes interrelations qui existent dans le TEI.

La présente étude constitue un pan important dans la mise en oeuvre des comptes trimestriels. Elle a été élaborée, afin de mettre à la disposition du Bureau de la comptabilité nationale, les structures de

coefficients techniques et de ventilation permettant de générer rapidement des comptes trimestriels au Sénégal.

La méthodologie proposée permet d'éviter le travail fastidieux qui consisterait à estimer les 1681 séries chronologiques de coefficients techniques, provenant du TES. Ainsi, l'étude est faite sur 41 séries regroupant les totaux des consommations intermédiaires par branche, ce qui permet de raccourcir les délais dans les estimations, tout en assurant une fiabilité acceptable.

III- DESCRIPTION DU TES ET DU TEI

III-1 Description du TES

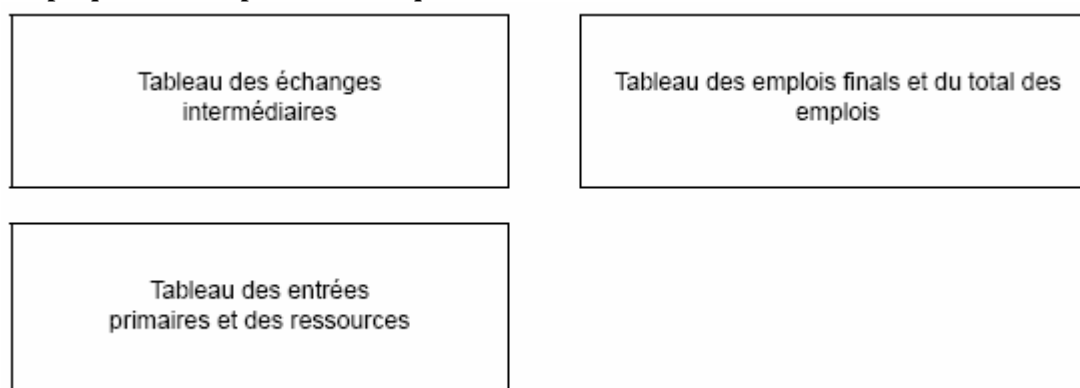
Le tableau entrées-sorties est un tableau qui fournit une description des activités de production intérieure et des opérations sur biens et services d'une économie. Il permet de voir l'interdépendance existant entre les différentes branches d'activité d'une économie en indiquant les biens et services qui entre dans la production d'autres biens et services et les utilisations finales des produits et des services. Il donne également la structure des coûts de production.

Le tableau entrées-sorties symétrique branche x branche ou produit x produit repose sur le regroupement d'unités de production homogènes en branches homogènes. Les unités de production homogène sont des unités qui n'exercent qu'une seule activité, les branches d'activité s'identifiant ainsi aux produits.

Le tableau entrées-sorties se décompose en trois sous-tableaux: le tableau des échanges intermédiaires, le tableau des emplois finals et le tableau des entrées primaires et des ressources.

Ces trois sous-tableaux s'articulent de la façon suivante:

Graphique 1 : Description schématique du TES



Le tableau des échanges intermédiaires (TEI): ce tableau contient l'ensemble des biens et services qui entrent dans le processus de production d'autres biens et services. Il constitue la partie centrale du tableau entrées-sorties. Il s'agit d'un tableau carré comprenant autant de lignes que de colonnes. Chaque ligne ou colonne correspond à une branche d'activité ou à un produit. Une ligne décrit les livraisons intermédiaires d'un produit donné à toutes les branches de l'économie. Une colonne représente les emplois des différents produits nécessaires à la production d'une branche donnée.

Le tableau des emplois finals: ce tableau contient les emplois finals par produit. Il présente en lignes les produits et en colonnes les catégories de la demande finale. Il répartit les livraisons à la demande finale entre la consommation privée ou publique, la formation brute de capital fixe, la variation des stocks et les exportations. Une colonne supplémentaire reprend le total des emplois (intermédiaires et finals) par produit.

Le tableau des entrées primaires et ressources: ce tableau présente, en colonnes, les branches d'activité ou produits et, en lignes, les composantes de la valeur ajoutée (rémunérations des salariés, consommation de capital fixe, impôts nets liés à la production, excédent net d'exploitation), les transferts et importations. Une dernière ligne reprend le total des ressources. Les colonnes donnent pour chaque produit, la ventilation de la valeur ajoutée en ses différentes composantes, plus les transferts et les importations de produits similaires. Les lignes présentent la répartition de chaque composante de la valeur ajoutée entre les différentes branches de l'économie.

Le tableau entrées-sorties contient l'ensemble des flux qui constituent le compte de biens et services, le compte de production et le compte d'exploitation.

Le compte de biens et services (C0) met en regard, pour l'ensemble de l'économie et par branche, les ressources et les emplois de biens et services.

Le compte de production (C1) retrace les opérations qui constituent le processus de production proprement dit. Le côté "ressources" enregistre la production et le côté "emplois", la consommation intermédiaire. Son solde est la valeur ajoutée.

Le compte d'exploitation (C2) enregistre les opérations de répartition qui sont directement liées au processus de production. Il reprend en ressources la valeur ajoutée et les subventions d'exploitation et en emplois les impôts liés à la production et la rémunération des salariés. Son solde est l'excédent brut d'exploitation.

Le tableau entrées-sorties se représente sous une forme simplifiée de la manière suivante:

Graphique 2 : Tableau entrées sorties

	Produits	Emplois finals	Total des emplois
Produits	Consommation intermédiaire (CI)	Consommation finale publique et privée (C) Formation brute de capital (FBCF) Variation des stocks (ΔS) Exportations (EXP)	Total des emplois par produit
Valeur ajoutée	Composantes de la valeur ajoutée (VA)		
Σ	Production effective (Pe)		
Transferts	Transferts		
Σ	Production distribuée (P)		
Importations	Importations (IMP)		
Σ	Total des ressources par produit		

Comme le montre le tableau entrées-sorties ci-dessus, une ligne représente les sorties ou emplois de la branche correspondante. Le total des emplois d'un produit est égal à la somme des livraisons de ce produit à toutes les branches utilisatrices et aux composantes de la demande finale. En colonne apparaissent les entrées de la branche.

Elles se composent des utilisations de produits et services intermédiaires provenant des autres branches et des entrées primaires (les différentes composantes de la valeur ajoutée). La somme de ces deux éléments est égale à la production effective de la branche ($CI + VA = Pe$). Pour obtenir le total des ressources d'un produit, il faut y ajouter les transferts et les importations de produits similaires.

Pour le produit de chaque branche, le total des ressources est égal au total des emplois:

$$P + IMP = CF + FBCF + \Delta S + EXP$$

Pour les besoins de l'analyse économique, le tableau entrées-sorties tel que décrit plus haut doit être complété par *deux tableaux supplémentaires*: un tableau des emplois des importations et un tableau entrées-sorties pour la production intérieure.

Le tableau des emplois des importations détaille, par produit, les utilisations intermédiaires et finales des importations. Il se compose des sous-tableaux des échanges intermédiaires et des emplois finals. Le tableau entrées-sorties pour la production intérieure détaille les emplois des produits nationaux. Il se présente sous la même forme que le tableau entrées-sorties total.

Lors de la réalisation d'un tableau entrées-sorties se pose le problème du choix du système d'évaluation des flux. Le tableau entrées-sorties est souvent réalisé aux prix départ-usine hors TVA pour éliminer l'influence de ce type de fiscalité indirecte sur le processus de production. Le prix départ-usine correspond au prix de vente du producteur, augmenté des impôts nets des subventions acquittés par ce producteur. Il ne comprend pas les coûts de distribution représentés par les frais de transport et les marges de commerce.

III-2 Description du TEI

Le Tableau des Echanges Intermédiaires (TEI) est la pièce centrale du TES. Il représente les livraisons des branches aux autres branches et c'est lui qui finalement réconcilie l'offre et la demande.

Son élaboration à partir de données complètes aurait exigé beaucoup de temps et de ressources; c'est la raison pour laquelle nous avons opté pour une technique de mise à jour moins exigeante puisqu'elle n'impose de connaître que les totaux marginaux de la nouvelle matrice à estimer.

Dans cette perspective, les totaux en colonnes (entrées intermédiaires) ont déjà pu être évalués dans les comptes de production, tandis que les totaux en lignes (sorties intermédiaires) ont pu faire l'objet d'une première évaluation grâce aux données disponibles.

L'équilibrage final n'a cependant pas encore été réalisé.

Le tableau d'absorption détaille les emplois intermédiaires de chaque produit (biens et services), d'origine nationale ou importée par les branches d'activité. L'emploi total par produit est obtenu lorsque la demande

finale par produit y est ajoutée. La différence entre un tableau de formation et d'absorption et un tableau entrées-sorties symétrique (produit x produit) est que les branches d'activité ne sont pas nécessairement homogènes. Cela signifie qu'à côté de l'activité principale qui les caractérise, les entreprises peuvent avoir des productions secondaires qui sont le produit caractéristique d'autres branches d'activité, et c'est ce que nous apprend la matrice de formation.

Cette hétérogénéité s'explique par le fait que les tableaux de formation et d'absorption sont établis sur base d'unités statistiques observables, telles que les entreprises, les établissements, qui, le plus souvent, ne sont pas homogènes. Les branches homogènes constituent une construction artificielle. Elles regroupent des unités de production homogène.

L'homogénéisation complète des matrices des échanges intermédiaires et des entrées primaires repose sur des données supplémentaires ou sur des hypothèses relatives à la technologie. Les deux hypothèses classiques sont les suivantes:

- l'hypothèse d'une **technologie unique par produit**: les biens et services intermédiaires et les entrées primaires qui entrent dans le processus de fabrication d'un produit sont les mêmes quelle que soit la branche qui les produit.
- l'hypothèse d'une **technologie unique par branche d'activité**: une branche d'activité utilise la même combinaison d'entrées pour tous ses produits.

Pour procéder à l'homogénéisation complète d'un tableau entrées-sorties, c'est le principe d'une technologie unique par branche d'activité qu'il convient de retenir. En effet, en général près de 75% de la production secondaire sont des produits fatals (gaz de mine, de cokeries, de haut-fourneaux,...) et des produits voisins qui, par définition, sont le fruit de la même technologie que celle utilisée pour la fabrication du produit principal. Il semble donc logique d'adopter le principe d'une technologie unique par branche d'activité plutôt qu'une technologie unique par produit.

La question de l'intérêt de cette méthode d'homogénéisation d'un tableau entrées-sorties peut être posée. Nous avons décidé d'y recourir pour les raisons suivantes:

- en négligeant ce problème, nous faisons consciemment une faute méthodologique;
- un tableau de formation-absorption ou un système entrées-sorties n'a pas de solution. Même si le nombre de produits est égal au nombre de branches d'activité, nous avons un système de n équations à $2 \times n$ inconnues: la production de n produits et la production de n branches d'activité;
- les transferts concernent principalement quelques branches d'activité. Pour celles-ci, l'erreur n'est pas négligeable;
- lorsque nous utiliserons les tableaux entrées-sorties comme instrument d'analyse, nous pouvons être amenés à calculer des effets multiplicateurs. Dans un tel cas, une erreur commise au niveau du tableau entrées-sorties s'en trouverait dès lors multipliée ; elle augmenterait non seulement en ampleur mais elle risquerait aussi d'affecter d'autres éléments qui étaient correctement estimés dans la matrice de départ.

III-3 La méthode RAS (Racking-Ratio ou Iterative Proportional Fitting)

Au départ, nous ne connaissons de la matrice des échanges intermédiaires de l'année K que les totaux en lignes et en colonnes. Il s'agit respectivement des livraisons et des consommations intermédiaires par branche. Les éléments individuels qui composent la matrice ne sont pas connus, mais il est possible de les estimer si l'information qui nous est fournie est utilisée par la matrice des échanges intermédiaires d'une année antérieure K_0 .

Il existe différentes méthodes qui permettent d'estimer une matrice dont les totaux marginaux sont connus, sur base d'une estimation initiale qui ne répond pas aux conditions marginales. Ces méthodes ont en commun la recherche d'une matrice qui diffère le moins possible de l'estimation initiale tout en satisfaisant aux conditions marginales.

La méthode RAS est la méthode la plus fréquemment utilisée car elle possède des propriétés mathématiques fort intéressantes et elle est aisée à appliquer. Elle est principalement associée à la mise à jour des tableaux entrées-sorties mais elle peut être appliquée à d'autres problèmes se présentant sous forme matricielle (matrices qui ne doivent pas obligatoirement être carrées).

La méthode est un processus itératif qui consiste à opérer un ajustement proportionnel sur les lignes et sur les colonnes de la matrice de base, jusqu'à concordance.

Lorsque la méthode RAS est utilisée pour l'actualisation des tableaux entrées-sorties, l'estimation initiale qui sert de point de départ à la technique de mise à jour est basée sur les données de l'année de base, ici l'année K_0 .

La méthode RAS "modifiée" permet l'adjonction de données exogènes à la méthode RAS initiale. Si certains éléments de la matrice des échanges intermédiaires peuvent s'obtenir de façon exogène, il conviendrait d'en tenir compte. Concrètement, des zéros sont placés dans les cases de la matrice initiale pour lesquelles les informations sont disponibles. Les totaux marginaux sont corrigés et ensuite la méthode RAS est appliquée sur la matrice modifiée.

Enfin, les données exogènes sont replacées dans les cases appropriées. L'adjonction de données exogènes à la méthode RAS permet d'augmenter la qualité de l'actualisation.

III-4 Les propriétés mathématiques de la méthode RAS

Le problème de départ peut être posé de la manière suivante: on minimise la distance entre l'estimation, représentée par la matrice X^* , et la matrice initiale X_0 sous la contrainte que l'estimation satisfasse aux conditions marginales de la matrice inconnue X .

$$\text{Min } d(X^*, X_0)$$

$$X^*_{\cdot i} = X_{\cdot i}, \quad X^*_{i \cdot} = X_{i \cdot}$$

où i est un vecteur unité dont la dimension est égale au nombre de lignes ou de colonnes de la matrice par laquelle il est multiplié.

La méthode RAS offre une solution X^* qui est bi-proportionnelle à l'estimation initiale X_0 :

$$X^* = \hat{r} \cdot X^0 \cdot \hat{s}$$

En pré et en post-multipliant la matrice initiale respectivement par les matrices diagonales des multiplicateurs de lignes (r) et des multiplicateurs de colonnes (s), une estimation X^* de la matrice inconnue X est obtenue, qui satisfait aux conditions marginales. C'est pour cette raison que la méthode RAS est qualifiée de méthode bi-proportionnelle.

Si l'on pose comme condition que les éléments des matrices X^0 et X^* sont non négatifs (plus grands ou égaux à zéro), la méthode RAS donne une solution unique au problème (il n'existe qu'une matrice non négative X^* qui satisfasse aux conditions marginales et qui soit bi-proportionnelle à la matrice initiale X^0).

Etant donné que le système est non-linéaire, les valeurs des vecteurs r et s ne peuvent être le résultat d'un simple calcul matriciel linéaire.

Si la matrice initiale X^0 est successivement ajustée sur les lignes et sur les colonnes, les produits des multiplicateurs de lignes et de colonnes convergent vers les éléments des vecteurs r et s .

La fonction de distance que l'on minimise a la forme suivante:

$$d(X^*, X^0) = \sum_i \sum_j x_{ij}^* \cdot \ln \left\{ \frac{x_{ij}^*}{(e \cdot x_{ij}^0)} \right\}$$

Il ne s'agit clairement pas d'une simple fonction de distance euclidienne⁶.

La relation fonctionnelle de la méthode RAS maintient la stricte positivité et les valeurs nulles des éléments correspondants de X^* et de X^0 :

$$r_i \cdot 0 \cdot s_j = 0$$

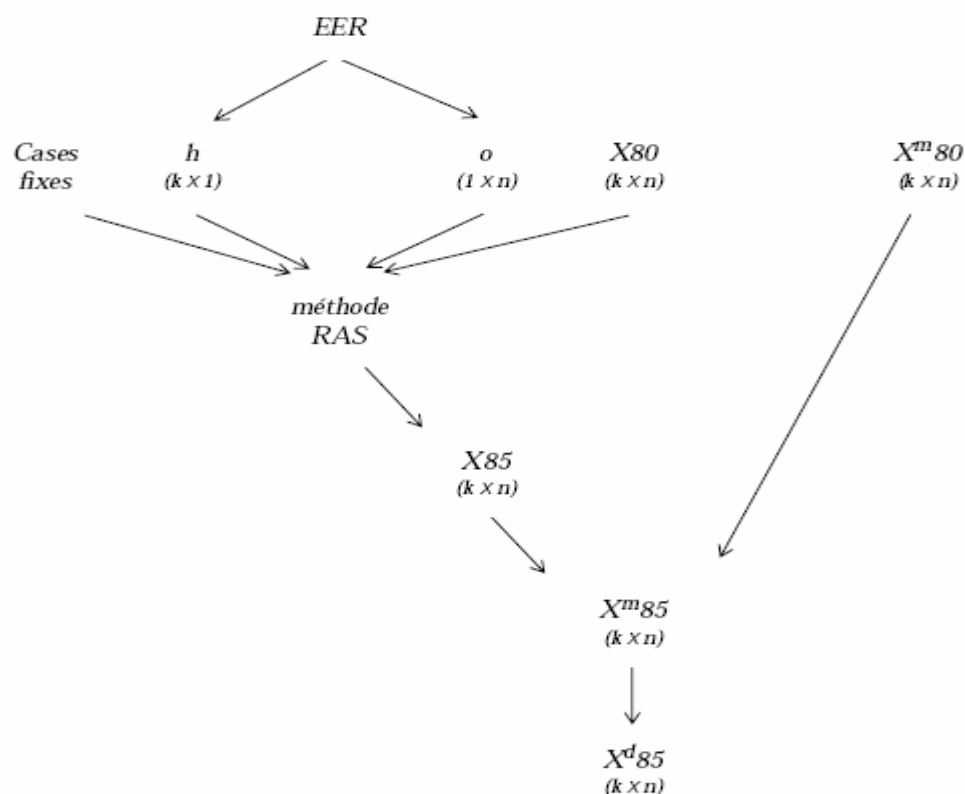
Cette dernière caractéristique est d'une grande importance lors de l'utilisation de la méthode RAS pour l'équilibrage des tableaux entrées-sorties.

⁶ Bacharach M. (1969), "Biproportional Matrices and Input-Output Change", Cambridge University Press, pp.42-58 et pp.75-86.

Démarche de calcul du TEI⁷

Graphique 3 : Illustration du Calcul du TEI

Calcul du TEI 1985



Sigles

h: vecteur représentant le total des sorties intermédiaires

o: vecteur représentant le total des entrées intermédiaires

k: nombre de produits

n: nombre de branches

EER: tableau des équilibres emplois-ressources

X: matrice des échanges intermédiaires ou d'absorption

Xm: matrice d'absorption d'origine importée

Xd: matrice d'absorption d'origine nationale

Les valeurs qui figurent entre parenthèses sous les différentes matrices (ou éventuellement vecteurs) donnent la dimension des matrices (ou vecteurs) en question.

⁷ Démarche inspirée du document : Tableau Entrées-Sorties 1985 : une analyse des structures économiques de la Belgique ; L.Avonds, J.floridor, A.Gilot, C.Hambye, D.Rase, K,Verstegen, Octobre 1998.

DEUXIEME PARTIE

I- METHODOLOGIE DE CALCUL DES COEFFICIENTS TECHNIQUES ROBUSTES

Cette partie rappelle la méthodologie adoptée dans le cas du Sénégal pour la détermination des coefficients techniques robustes, ainsi que la méthode d'évaluation des performances du modèle.

I-1 Le schéma synthétique de la ventilation

L'étude devrait se faire sur les séries disponibles de coefficients techniques. Le TES du Sénégal étant composé de 41 branches et 41 produits, on assiste tout naturellement à une augmentation drastique du nombre de séries à étudier (ici 1681). Le schéma de ventilation ci-dessous a été élaboré dans le but d'expliquer intuitivement les différents mécanismes qui concourent au calcul de ces coefficients techniques. Dans cette section, la structure des coefficients techniques calculés ci-dessus ($\gamma_{\bullet j}$)⁸ est ventilée avec la structure de la part des produits dans chaque branche ($\beta_{i\bullet}$).

Définition des termes

T_j représente le total des consommations intermédiaires par branche, $T_j = \sum_{i=1}^{41} CI_{ij}$

$T_{ij} = \text{Médiane}\{\text{distribution}(CI_{ij})\}$ et $TT_i = \sum_{j=1}^{41} \text{Médiane}\{\text{distribution}(CI_{ij})\}$

$\beta_{i\bullet} = \frac{T_{ij}}{TT_i} = \frac{\text{Médiane}\{\text{distribution}(CI_{ij})\}}{\sum_{j=1}^{41} T_{ij}}$ représente la structure de la part de chaque produit i dans la branche j.

$\gamma_{\bullet j} = \frac{T_j}{PDB_j} = \frac{\sum_{i=1}^{41} CI_{ij}}{PDB_j}$ structure des coefficients techniques, et PDB_j la production disponible de la branche j

$$\alpha_{ij} = \beta_{i\bullet} * \gamma_{\bullet j}$$

α_{ij} représente la structure estimée du coefficient technique du produit i dans la branche j

⁸ Pour toutes les formules dans la suite du document, l'indice de temps a été omis pour des raisons de lisibilité du document.

I-2 Détermination de la structure des β_i .

La détermination des β_i se fait à l'aide d'un TES médian calculé sur la distribution des 25 années de consommations intermédiaires stockées dans chaque case du TES.

La détermination de ce TES médian implique le calcul des quantités

$$T_{ij} = \text{Médiane} \{ \text{distribution} (CI_{ij}) \}$$

Ensuite, la somme du produit i utilisée par chaque branche est calculée (TT_i)

$$TT_i = \sum_{j=1}^{41} \text{Médiane} \{ \text{distribution} (CI_{ij}) \}$$

Enfin, la structure des β_i représente la part médiane de chaque produit i utilisée dans toutes les branches, de telle sorte que :

$$\beta_{i\bullet} = \frac{T_{ij}}{TT_i} = \frac{\text{Médiane} \{ \text{distribution} (CI_{ij}) \}}{\sum_{j=1}^{41} T_{ij}}, \text{ et par construction } \sum_{i=1}^{41} \beta_{i\bullet} = 1 .$$

I-3 Détermination de la structure des γ_j

La détermination de la structure des coefficients techniques se fait en utilisant la formule suivante :

$$\gamma_{.j} = \frac{T_{.j}}{PDB_j} = \frac{\sum_{i=1}^{41} CI_{ij}}{PDB_j} \rightarrow \sum_j \gamma_{.j} \neq 1$$

$\gamma_{.j}$ est le vecteur qui stocke les coefficients techniques par branches.

Le schéma explicatif du processus est illustré ci-dessous :

Graphique 4 : Schéma de la ventilation

	Branche 1	...	Branche j	...	Branche 41	TOTAL	
Produit 1							
...							
...							
...							
...							
Produit i			α_{ij}			$T_{i\bullet}$	$\beta_{i\bullet}$
...							
...							
...							
...							
Produit 41							
TOTAL CI			$T_{\cdot j}$				
			$\gamma_j = \frac{T_{\cdot j}}{PDB_j} = \frac{\sum_{i=1}^{41} CI_{ij}}{PDB_j}$				

I-4 Le processus d'élaboration des coefficients techniques robustes

Il est décliné en trois étapes.

La première étape consiste à étudier chaque branche qui requiert l'analyse de la série des coefficients techniques sous le prisme des techniques économiques standards disponibles au niveau de la littérature empirique. Chaque série est décomposée (pour des raisons de simplicité) sous la forme:

$$Y_t = Tendance + Cycle + \varepsilon_t^9 \quad \varepsilon_t \rightarrow N(0, \sigma^2) \quad \varepsilon_t \text{ étant un bruit blanc}$$

A cet effet, une batterie de tests et de filtres statistiques notamment le filtre Hodrick Prescott (HP)¹⁰, la méthode des Holt Winters (HW)¹¹, sont utilisées. Pour chaque série, le meilleur filtre est déterminé en utilisant les tests RMSE (Root Mean Square Error : erreur quadratique moyenne) et le coefficient de THEIL. Ensuite, la moyenne et la médiane sont calculées pour chaque série. Enfin, l'intervalle de confiance de la médiane ou de la moyenne qui est $Me \pm 2RMSE$, $Moy \pm 2RMSE$ est déterminé, aussi bien pour les consommations intermédiaires que pour les productions disponibles.

⁹ Cette décomposition inclut les processus TS et DS

¹⁰ Voir Note technique en annexe

¹¹ Voir annexe

Dans la seconde étape, le processus ci-dessus élaboré pour les CI est itéré.

Enfin, la troisième étape consiste à élaborer les coefficients techniques robustes avec la formule suivante :

$$a- \alpha_{ij} = \frac{Me(\hat{CI}_{ij})}{Me(\hat{PDBr}_j)} \pm \frac{RMSE(\hat{CI}_{ij})}{RMSE(\hat{PDBr}_j)} \text{ (voir encadré 3 en annexe)}$$

$$b- \beta_{ij} = \frac{Moyenne (\hat{CI}_{ij})}{Moyenne (\hat{PDBr}_j)} \pm \frac{RMSE (CI_{ij})}{RMSE (P\hat{D}Br_j)}$$

Il y a j branches $j \in [01-41]$ ¹². Les valeurs utilisées sont la production disponible et la consommation intermédiaire totale de la branche. Soit $PDBr_j$, la production disponible de la branche j, CI_j , la consommation intermédiaire totale de la branche j :

On définit le coefficient technique α_{ij} du produit i dans la branche j comme :

$$\alpha_{ij} = \frac{CI_{ij}}{PDBr_j}$$

CI_{ij} représente la consommation intermédiaire en produit i de la branche j.

\hat{CI}_{ij} représente la consommation intermédiaire estimée en produit i de la branche j.

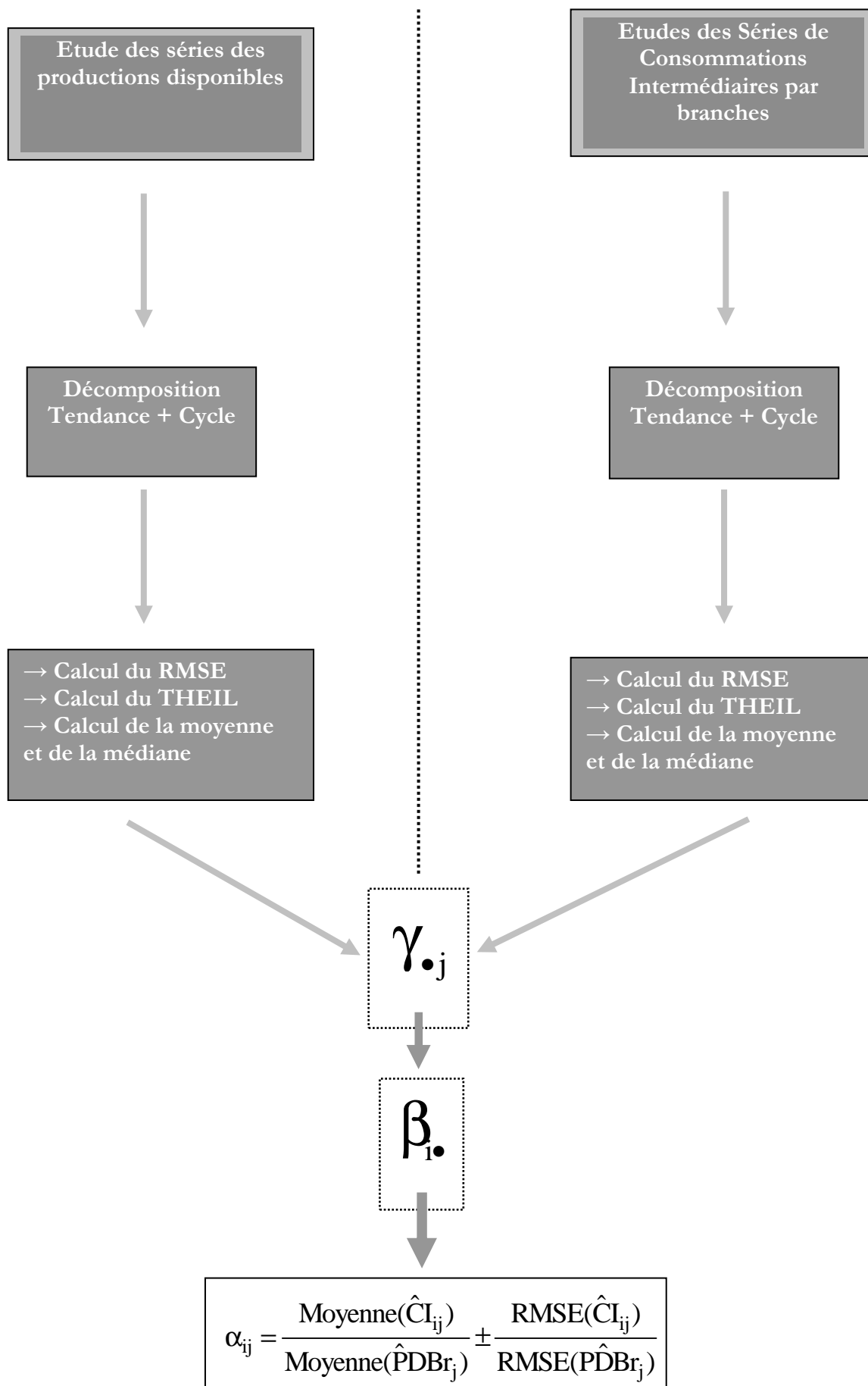
Les coefficients techniques représentent en réalité les taux par branches des consommations intermédiaires.

Il s'agira de déterminer une structure de poids qui permet de ventiler les coefficients techniques déjà calculés. De ce fait, la structure stabilisée est celle des coefficients techniques des branches. **Une telle ventilation a été faite en utilisant comme estimateur la médiane.**

Dans un premier temps, la part de chaque produit dans la production disponible de la branche est calculée pour chaque année sur la série des 25 années de TES. Ensuite, sur les parts ainsi calculées, la médiane est déterminée, ce qui permet l'obtention de la structure qui ventile les coefficients techniques. Les résultats des calculs sont illustrés dans le tableau 9 en annexe.

¹² Selon la nomenclature NAEMAS, les branches d'activité vont de 01 à 43 soit 43 branches. Dans cette étude, nous avons fait les estimations avec 41 branches soit de la branche 01 à la branche 41.

Schématiquement, le processus d'élaboration des coefficients techniques est indiqué ci-dessous :



II LA DETERMINATION DE L'INTERVALLE DE CONFIANCE

Cette section traite de la détermination des intervalles et du choix de l'estimateur. Le premier intervalle est lié à une fonction pivotale de la moyenne, tandis que la seconde est fondée sur des hypothèses empiriques.

II-1 Construction d'un intervalle de confiance à partir d'un pivot

On considère un échantillon $\{Y_1, \dots, Y_n\} \rightarrow \text{iid} \sim N(m_y, \sigma_y^2)$ et $\{X_1, \dots, X_n\} \rightarrow \text{iid} \sim N(m_x, \sigma_x^2)$

On démontre (voir encadré 3) que $Z = \frac{X}{Y}$ suit sous certaines conditions une loi normale.

$\{Z_1, \dots, Z_n\} \rightarrow \text{iid} \sim N(m, \sigma^2)$

Loi de l'estimateur de m.

On démontre que la moyenne de Z est estimée séparément par le ratio $\hat{Z} = \frac{\hat{X}}{\hat{Y}}$

Avec $\hat{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ représentant la moyenne de la distribution des X_i

Et $\hat{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$ représentant la moyenne de la distribution des Y_i

La variance σ^2 connue est calculée comme étant égale à $\sigma^2 = m^2 * \left[\frac{\sigma_x^2}{m_x^2} + \frac{\sigma_y^2}{m_y^2} \right]$

On définit alors la statistique pivotale

$$\frac{Z - \mu}{m * \sqrt{\frac{\sigma_y^2}{m_y^2} + \frac{\sigma_x^2}{m_x^2}}} \rightarrow N(0, 1)$$

Construction de l'intervalle de confiance

On note u_p le quantile d'ordre p de la loi normale.

La loi de Z implique que

$$\Pr \left\{ u_{\alpha/2} \leq \frac{Z - \mu}{m * \sqrt{\frac{\sigma_y^2}{m_y^2} + \frac{\sigma_x^2}{m_x^2}}} \leq u_{1-\alpha/2} \right\}$$

$$\text{soit } \Pr \left\{ \overbrace{\hat{Z} + u_{\alpha/2} * m * \sqrt{\frac{\sigma_y^2}{m_y^2} + \frac{\sigma_x^2}{m_x^2}}}^{B_1} \leq \mu \leq \overbrace{\hat{Z} + u_{1-\alpha/2} * m * \sqrt{\frac{\sigma_y^2}{m_y^2} + \frac{\sigma_x^2}{m_x^2}}}^{B_2} \right\} = 1 - \alpha$$

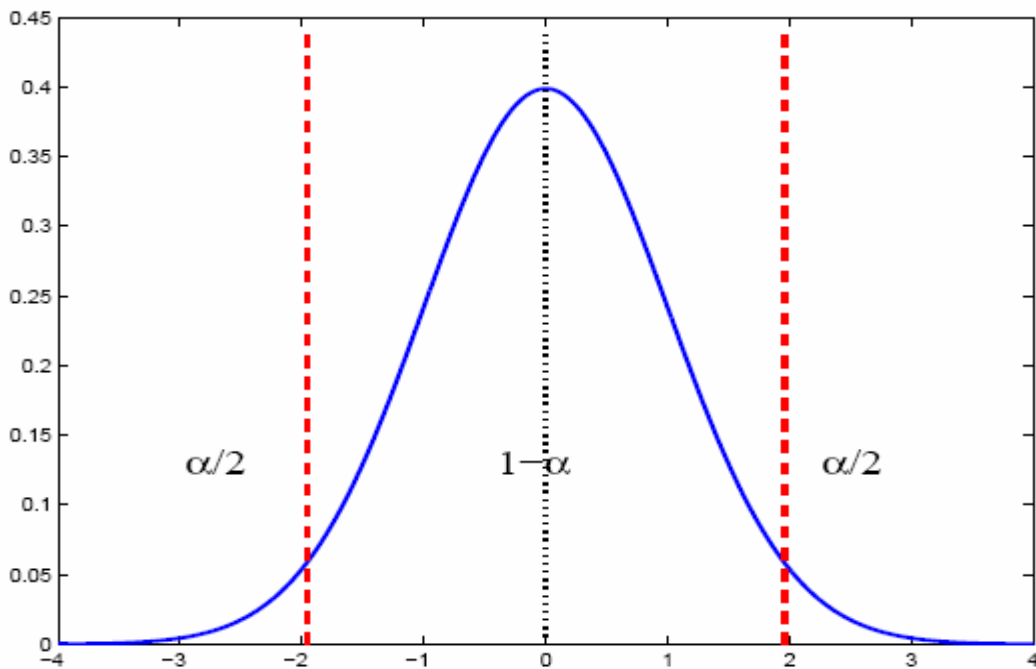
L'intervalle de confiance est alors

$$IC_{1-\alpha}(\alpha) = \left[\hat{Z} \pm u_{1-\alpha/2} * m * \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{m_x^2} + \frac{\sigma_y^2}{m_y^2}} \right]$$

et la largeur de l'intervalle est $B_2 - B_1 = \left[2 * u_{1-\alpha/2} * m * \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{m_x^2} + \frac{\sigma_y^2}{m_y^2}} \right]$

Graphique 5 : Courbe d'une loi normale et illustration des bornes de l'intervalle de confiance

$$\alpha = 0.05, -u_{0.025} = u_{0.975} = 1.96$$



II-2 Construction d'un intervalle de confiance empirique

Deux intervalles de confiance ont été déterminés. L'un centré sur la moyenne et l'autre sur la médiane. De façon explicite, le premier intervalle est de la forme¹³ :

$$\left[\frac{\text{Moyenne}(\hat{CI})}{\text{Moyenne}(P\hat{DB}B\text{branche})} - \frac{\text{RMSE}(\hat{CI})}{\text{RMSE}(P\hat{DB}B\text{branche})}; \frac{\text{Moyenne}(\hat{CI})}{\text{Moyenne}(P\hat{DB}B\text{branche})} + \frac{\text{RMSE}(\hat{CI})}{\text{RMSE}(P\hat{DB}B\text{branche})} \right]$$

Le second intervalle de confiance est de la forme suivante :

$$\left[\frac{\text{Médiane}(\hat{CI})}{\text{Médiane}(P\hat{DB}B\text{branche})} - \frac{\text{RMSE}(\hat{CI})}{\text{RMSE}(P\hat{DB}B\text{branche})}; \frac{\text{Médiane}(\hat{CI})}{\text{Médiane}(P\hat{DB}B\text{branche})} + \frac{\text{RMSE}(\hat{CI})}{\text{RMSE}(P\hat{DB}B\text{branche})} \right]$$

Les résultats de l'analyse montrent que les estimateurs, pris individuellement, ne sont pas assez robustes. Les écarts entre les valeurs estimées et celles prédites sont assez importants. Un tel résultat montre que les intervalles de confiance sont assez larges et les coefficients techniques estimés peu fiables. Pour remédier à ce problème, les changements suivants ont été apportés.

Au lieu de considérer un intervalle de confiance centré uniquement sur la moyenne ou la médiane, l'intervalle suivant a été élaboré :

Borne inférieure=

$$\text{Max} \left[\left(\frac{\text{Moyenne}(\hat{CI})}{\text{Moyenne}(P\hat{DB}B\text{branche})} - \frac{\text{RMSE}(\hat{CI})}{\text{RMSE}(P\hat{DB}B\text{branche})}; \frac{\text{Médiane}(\hat{CI})}{\text{Médiane}(P\hat{DB}B\text{branche})} - \frac{\text{RMSE}(\hat{CI})}{\text{RMSE}(P\hat{DB}B\text{branche})} \right) \right]$$

De même pour la borne supérieure, nous considérons l'estimateur suivant :

$$\text{Borne supérieure} = \text{Min} \left[\left(\frac{\text{Moyenne}(\hat{CI})}{\text{Moyenne}(P\hat{DB}B\text{branche})} + \frac{\text{RMSE}(\hat{CI})}{\text{RMSE}(P\hat{DB}B\text{branche})}; \frac{\text{Médiane}(\hat{CI})}{\text{Médiane}(P\hat{DB}B\text{branche})} + \frac{\text{RMSE}(\hat{CI})}{\text{RMSE}(P\hat{DB}B\text{branche})} \right) \right]$$

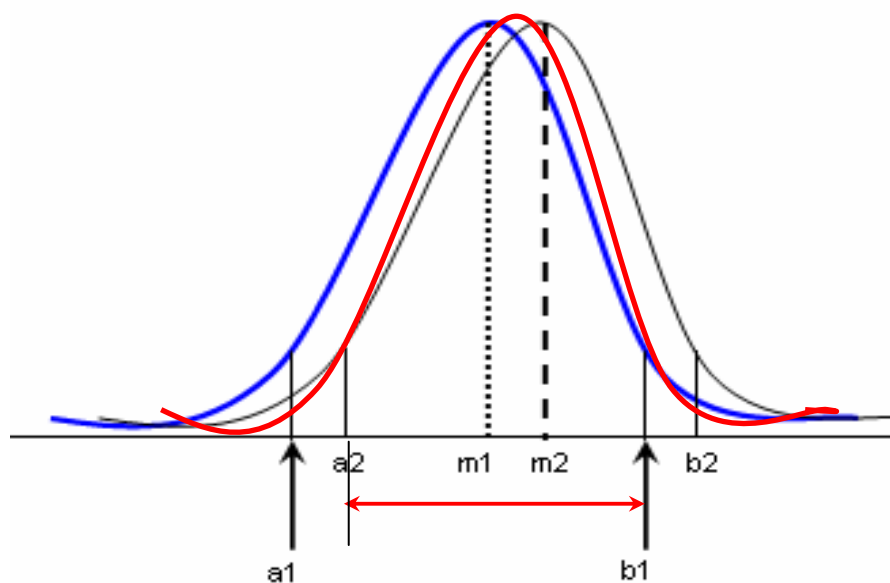
Cette méthode a surtout pour avantage de réduire la largeur de l'intervalle de confiance.

Les résultats des investigations sont illustrés dans le tableau 9.

Le graphique ci-dessous illustre la méthode utilisée.

¹³ Pour plus de détails dans la démonstration, voir les manuels de mathématique sur les mélanges de lois

Graphique 6 : Illustration des lois suivies par les deux estimateurs



II-3 Choix de l'estimateur

Pour déterminer l'estimateur le plus adéquat, un test simple de résidus est effectué en confrontant les estimations faites aux données réelles. Le tableau ci-dessous illustre les résultats et démontrent sans ambiguïté que la moyenne est plus adéquate que la médiane.

Tableau 1: Test d'adéquation et de performance des estimations sur les deux estimateurs retenus

	Coefficient de Theil		Erreur Quadratique moyenne	
	Médiane	Moyenne	Médiane	Moyenne
Structure du TES 2001	7,37%	2,90%	15,11%	5,73%
Structure du TES 2002	7,34%	2,90%	15,06%	5,75%
Structure du TES 2003	7,32%	3,05%	15,07%	6,05%
Structure du TES 2004	7,32%	3,05%	15,07%	6,05%

L'analyse du tableau ci-dessus montre que le coefficient de Theil est plus faible lorsque les estimations sont faites avec la moyenne soit environ 3%, alors que dans le cas de la médiane le coefficient est de l'ordre de 7,3% en moyenne.

De même, la simulation effectuée avec l'erreur quadratique moyenne montre que l'erreur obtenue en utilisant la médiane est trois fois plus élevée que celle faite en utilisant la moyenne.

Il ressort de ces tests que la moyenne est l'estimateur le plus adéquat dans l'estimation des coefficients techniques robustes.

TROISIEME PARTIE

I- LES PERFORMANCES DU MODELE

Les performances globales du modèle sont évaluées à partir de deux critères. Le premier critère consiste à construire des indicateurs de mesure de l'écart entre les valeurs simulées par le modèle et les valeurs observées de quelques variables endogènes clefs. L'indicateur retenu est le coefficient d'inégalité de Theil. Il peut être interprété comme l'erreur relative en moyenne par année. Plus la valeur du coefficient de Theil est faible, plus l'erreur de prévision du modèle est faible. Le coefficient de Theil peut être décomposé en trois éléments dont la somme est égale à l'unité :

- la part de l'erreur de prévision systématique imputable à la différence de la moyenne des valeurs simulées et observées ;
- la part de l'erreur de prévision due à la structure du modèle ;
- la part de l'erreur de prévision qui est de nature résiduelle.

Le deuxième critère d'appréciation des performances globales du modèle est l'erreur quadratique moyenne (RMSE : Root Mean Square Error). Il est un indicateur définissant le niveau de précision du modèle.

Root Mean Squared
Error

$$\sqrt{\sum_{t=T+1}^{T+h} (\hat{y}_t - y_t)^2 / h}$$

Theil Inequality
Coefficient

$$\frac{\sqrt{\sum_{t=T+1}^{T+h} (\hat{y}_t - y_t)^2 / h}}{\sqrt{\sum_{t=T+1}^{T+h} \hat{y}_t^2 / h} + \sqrt{\sum_{t=T+1}^{T+h} y_t^2 / h}}$$

Avec y_t : la valeur de la variable

\hat{y}_t : la valeur estimée de la variable.

II- SIMULATIONS ET COMPARAISONS

II-1 Estimation des Coefficients techniques de 2001 à 2005¹⁴

Dans le secteur primaire, les calculs de l'erreur montrent une très bonne adéquation entre les estimations et la structure réelle du TES de 2001 à 2004. Le minimum de l'erreur calculé (**2,77%**) est constaté au niveau de **Pagriculture vivrière**, alors que le maximum de l'erreur calculée (**9%**) provient de la pêche. En moyenne l'erreur dans le secteur primaire hors « extractives » est de **5,06%**.

L'explication du niveau d'erreur élevé au niveau de la pêche vient principalement du fait que les données ne sont pas bien captées. Il faut aussi prendre en compte le fait que la structure de la filière de la **pêche** n'est pas totalement cernée. En effet, la structure des coefficients utilisés dans les comptes doit être mise à jour à moyen terme pour tenir compte des nouvelles réalités de la filière.

Les estimations dans la structure de TES ont montré qu'avec une plage d'erreur comprise entre **7,30%** (pour la branche 16 « Fabrication de cuir, **fabrication d'articles de voyage ; chaussures** ») et **16,74%** (pour la branche 09 « travail de grains, fabrication de produits »), le secteur secondaire a le niveau d'erreur le plus élevé observé (avec une moyenne de **12,49%**). Cependant, les résultats obtenus montrent une bonne adéquation entre la structure des TES et les estimations faites.

Le niveau d'erreur élevé en moyenne dans le secteur moderne interpelle naturellement sur la qualité des informations reçues, d'une part, et/ou sur les méthodologies d'estimation utilisées, d'autre part. Il est paradoxal de constater que le secondaire enregistre le niveau d'erreur le plus élevé dans la mesure où dans ce secteur l'information devrait être plus fine et largement disponible.

L'explication de l'erreur dans le secteur secondaire pourrait provenir de l'hétérogénéité fortement marquée dans les structures de production des différentes branches, ainsi que du poids démographique du secondaire qui représente à peu près 59% du total des branches. D'autre part, il est possible que la structure des coefficients techniques soit plus sensible aux impacts technologiques, du fait des investissements en matériel effectués par les entreprises. Ainsi, la structure pourrait changer à court terme, alors que le modèle prévoit une stabilité sur cet horizon.

L'erreur calculée sur les estimations dans la structure du TES dans le secteur tertiaire affiche une moyenne de **8,11%**, avec un minimum de **0,06%** au niveau de la branche 041 « activités à caractère collectif ou personnel » et un maximum de **16,85%** au niveau de la branche 032 « services d'hébergement et restauration ». Les estimations faites corroborent la structure du TES de ces branches sur la période 2001 à 2004. Au niveau du tertiaire, une attention particulière doit être accordée à la branche 032 « services d'hébergement et restauration », puisque le niveau d'erreur observé est assez important.

¹⁴ Voir tableau 2

Sur un autre registre, une simulation est effectuée pour vérifier si les intervalles de confiance élaborés pour chaque coefficient sont réalistes. Cette simulation est effectuée en calculant la structure réelle des TES de 2001 à 2004 d'une part, et en vérifiant, d'autre part, si chaque coefficient technique « réel » calculé se trouve dans son intervalle de confiance.

L'observation du tableau 2, permet de répondre par l'affirmative. En effet, il montre que tous les coefficients techniques sont à l'intérieur des intervalles de confiances estimées. Pour, plus de finesse dans les résultats, nous avons utilisé la structure des coefficients techniques du TES semi définitif de 2005. La structure de ce TES de 2005 révèle que les intervalles de confiances sont stables.

Tableau 2: Coefficients Techniques de 2001 à 2005 et intervalles de confiance

		Estimation des coefficients techniques et intervalle de Confiance				Structure des Coefficients Techniques				
		<u>Structure moyenne[1]</u>	<u>Erreur</u>	<u>Borne Inf</u>	<u>Borne Sup</u>	<u>Coef 2001</u>	<u>Coef 2002</u>	<u>Coef 2003</u>	<u>Coef 2004</u>	<u>Coef 2005</u>
Secteur Primaire	BR 010 ¹⁶	13,67%	2,77%	10,92%	16,22%	13,24%	13,26%	13,30%	13,30%	13,13%
	BR 020	24,04%	4,39%	19,73%	27,74%	23,20%	23,23%	23,27%	23,27%	23,08%
	BR 030	18,64%	3,13%	16,68%	21,64%	17,83%	17,83%	17,84%	17,84%	17,80%
	BR 040	35,19%	6,00%	29,37%	40,53%	34,99%	35,06%	35,16%	35,16%	34,65%
	BR 050	44,34%	9,00%	40,25%	52,79%	45,24%	45,36%	45,54%	45,54%	44,64%
Secteur Secondaire	BR 060	51,44%	9,63%	45,85%	60,62%	47,50%	47,62%	47,82%	47,82%	46,85%
	BR 070	44,04%	13,33%	31,10%	57,33%	46,23%	46,23%	49,29%	49,29%	57,53%
	BR 080	91,67%	15,24%	84,59%	106,01%	94,67%	94,80%	94,99%	94,99%	94,01%
	BR 090	86,59%	16,74%	75,03%	102,75%	84,46%	84,58%	84,75%	84,75%	83,89%
	BR 100	89,15%	13,31%	78,97%	102,12%	84,53%	84,61%	84,74%	84,74%	84,09%
	BR 110	56,50%	14,81%	41,76%	70,64%	55,74%	55,82%	55,94%	55,94%	55,33%
	BR 120	83,15%	12,87%	72,73%	95,75%	80,87%	80,97%	81,11%	81,11%	80,40%
	BR 130	66,75%	11,37%	53,57%	71,69%	60,04%	60,13%	60,25%	60,25%	59,62%
	BR 140	84,67%	15,78%	68,93%	100,15%	80,51%	80,66%	80,87%	80,87%	79,81%
	BR 150	58,45%	10,53%	52,32%	68,48%	58,83%	58,90%	59,01%	59,01%	58,48%
	BR 160	50,95%	7,30%	42,69%	52,32%	45,63%	45,70%	45,82%	45,82%	45,24%
	BR 170	62,00%	14,50%	45,89%	62,02%	53,89%	53,95%	54,06%	54,06%	53,54%
	BR 180	72,55%	11,79%	59,98%	83,55%	66,01%	66,10%	66,24%	66,24%	65,55%
	BR 190	99,98%	14,72%	87,16%	97,60%	92,51%	92,54%	92,59%	92,59%	92,35%
	BR 200	70,20%	10,15%	57,67%	77,97%	62,21%	62,33%	62,51%	62,51%	61,63%
	BR 210	70,63%	17,75%	55,14%	88,14%	66,14%	66,29%	66,51%	66,51%	65,41%
	BR 220	69,66%	13,73%	59,77%	82,96%	67,56%	67,75%	68,04%	68,04%	66,59%
	BR 230	61,24%	10,17%	56,35%	70,82%	58,49%	58,59%	58,73%	58,73%	58,02%
	BR 240	80,92%	12,59%	76,35%	92,61%	77,46%	77,60%	77,80%	77,80%	76,80%
	BR 260	58,72%	10,98%	48,05%	70,01%	67,43%	67,59%	67,84%	67,84%	66,60%
BR 270	41,50%	8,06%	36,74%	49,18%	41,72%	41,77%	41,84%	41,84%	41,48%	
BR 280	46,88%	10,76%	36,74%	58,27%	54,91%	55,17%	55,56%	55,56%	53,59%	
BR 290	75,15%	11,25%	70,81%	85,62%	73,63%	73,74%	73,90%	73,90%	73,09%	
Secteur Tertiaire	BR 300	28,98%	7,01%	24,90%	35,66%	28,96%	28,99%	29,04%	29,04%	28,79%
	BR 310	78,76%	11,46%	66,46%	89,37%	73,51%	73,64%	73,84%	73,84%	72,84%
	BR 320	78,81%	16,85%	63,41%	95,50%	77,48%	77,57%	77,72%	77,72%	77,00%
	BR 330	52,60%	10,61%	43,57%	63,03%	50,37%	50,59%	50,94%	50,94%	49,23%
	BR 340	37,69%	10,49%	27,30%	47,26%	36,15%	38,68%	36,43%	36,43%	35,69%
	BR 350	30,41%	4,90%	26,97%	35,14%	30,23%	30,27%	30,33%	30,33%	30,03%
	BR 360	7,37%	1,46%	6,65%	8,75%	7,25%	7,26%	7,28%	7,28%	7,21%
	BR 370	36,06%	8,48%	26,71%	43,66%	29,18%	29,20%	29,23%	29,23%	29,09%
	BR 380	20,16%	6,79%	13,60%	27,18%	23,52%	24,09%	26,26%	26,26%	24,69%
	BR 390	15,59%	5,99%	9,62%	21,35%	10,26%	10,07%	11,08%	11,08%	14,71%
	BR 400	23,12%	7,32%	16,08%	30,72%	27,06%	29,38%	30,82%	30,82%	44,02%
	BR 410	33,95%	0,06	29,65%	40,06%	33,20%	33,25%	33,32%	33,32%	32,96%

$$\text{Erreur : } \left[\frac{RMSE(\hat{CI})}{RMSE(\hat{PDBBranche})} \right]$$

[1] Cette structure représente une combinaison linéaire de la moyenne et de la médiane, avec un poids de $\lambda = 0,2$ pour la moyenne et $(1 - \lambda) = 0,8$ pour la médiane. Ce poids est obtenu par minimisation de la variance de l'erreur.

¹⁵ Voir le tableau 8 en annexe pour l'identification des libellés des branches.

¹⁶ Voir le tableau 8 en annexe pour l'identification des libellés des branches.

Borne Inférieure/Borne Supérieure : cf. page 27
BR 010 : désigne la branche 010

II-2 Simulation d'une augmentation de 10% du prix du baril du pétrole.

La simulation d'une augmentation du prix du pétrole sur l'économie sénégalaise s'effectue selon trois étapes.

La première étape consiste à trouver une relation entre l'augmentation du prix du baril de pétrole et le déflateur du PIB. Cette estimation se fonde dans un premier temps sur les relations entre les prix du baril du pétrole et le déflateur de la branche 060 « activités extractives ». D'autre part, le déflateur du secondaire et les déflateurs des branches ayant une forte contribution au PIB du secondaire, en l'occurrence les BTP, les Corps Gras, la Chimie, la Construction et les extractives. Enfin, une relation entre le déflateur du PIB et les déflateurs des secteurs primaire, secondaire, et tertiaire.

La seconde étape utilise le modèle Input-Output, afin de dériver l'impact du prix obtenu au niveau global sur la demande finale et sur les différentes composantes de la demande.

La troisième étape consiste dans un premier temps à calculer une élasticité entre le déflateur du PIB et le taux de croissance, afin d'évaluer l'effet de l'impact du prix sur le taux de croissance. Ensuite, le modèle Input-Output est utilisé pour dériver les impacts sur les différents postes de la demande.

Spécification du modèle

Spécification du bloc 1

$$\log(\text{défla Extractive}) = \alpha_1 \log(\text{prixbarilpétrole}) \quad (1)$$

$$\log(\text{déflaTransport}) = \alpha_2 \log(\text{déflaExtractive}) \quad (2)$$

$$\log(\text{déflaEnergie}) = \alpha_3 \log(\text{déflaExtractive}) \quad (3)$$

$$\log(\text{déflaSecondaire}) = \alpha_4 \log(\text{déflaTransport}) + \alpha_5 \log(\text{déflaEnergie}) + \alpha_6 \log(\text{déflaChimie}) + \alpha_7 \log(\text{déflaBTP}) + \alpha_8 \log(\text{déflaCorpsgras}) \quad (4)$$

$$\log(\text{déflaTertiaire}) = \alpha_9 \log(\text{déflaTransport}) + \alpha_{10} \log(\text{déflaEnergie}) + \alpha_{11} \log(\text{déflaCommerce}) + \alpha_{12} \log(\text{déflaAd min pub}) \quad (5)$$

$$\log(\text{déflaPIB}) = \alpha_{13} \log(\text{déflaprimaire}) + \alpha_{14} \log(\text{défla secondaire}) + \alpha_{15} \log(\text{déflatertiaire}) \quad (6)$$

$$\text{Effet Transport} : \alpha_1 \times \alpha_2 \times (\alpha_4 + \alpha_9) \times \alpha_{15} \quad (7)$$

$$\text{Effet Energie} : \alpha_1 \times \alpha_3 \times (\alpha_5 + \alpha_{10}) \times \alpha_{14} \quad (8)$$

L'effet global d'une variation du prix de pétrole de 1% sur le déflateur du PIB se matérialise par le multiplicateur:

$$\beta = \alpha_1 \left[\alpha_2 (\alpha_4 + \alpha_9) \alpha_{15} + \alpha_3 (\alpha_5 + \alpha_{10}) \alpha_{14} \right] \quad (9)$$

Spécification du bloc 2

Soit θ le vecteur des contributions à la croissance du PIB. Le modèle Input-Output est utilisé pour avoir l'impact en volume et en prix sur les composantes de la demande.

On fait l'hypothèse que la structure de la matrice de coefficient technique est stable à court terme.

Soit Y le vecteur de production ou offre globale

Z le vecteur de demande finale

A est la matrice de coefficient technique

A l'équilibre ressources emplois global

$$Y = AY + Z \Rightarrow (I - A)Y = Z$$

Soit $Y = (I - A)^{-1}Z$ (10)

Si Y et Z sont en valeur alors on peut écrire :

$$Y = P_Y \times Y_1 \text{ et } Z = P_Z \times Z_1$$

P_Y étant le vecteur des prix de Y et P_Z le vecteur des prix de Z

Y_1 la production en volume

Z_1 représente la demande en volume.

On a : $Y = (I - A)^{-1}Z$

Soit : $P_Y Y_1 = (I - A)^{-1} P_Z Z_1$ (11)

A l'équilibre il y a une égalité entre l'offre globale et la demande globale.

Soit $Y_1 = Z_1$

Ainsi l'équation 11 s'écrit :

$$P_Y = (I - A)^{-1} P_Z$$
 (12)

Le modèle permet d'estimer l'impact d'un prix de l'offre sur les prix de la demande et vice versa ; or, P_Y est connu et est dérivé du bloc 1.

Donc $P_Z = (I - A)P_Y$ soit en variation

$$\Delta P_Z = (I - A)\Delta P_Y = (I - A) \times \theta \Delta defla PIB$$
 (13)

Avec $\Delta P_Y = \theta \Delta defla PIB$

Spécification du bloc 3

$$\log(Txcrois) = \gamma \log(defla PIB)$$
 (14)

Soit $Y_2 = Txcrois$ et $X = défla PIB$

On a $Y_2 = \gamma X \Rightarrow \Delta Y_2 = \gamma \Delta X$

En utilisant le vecteur des contributions θ , il advient :

$$Y_3 = \theta Y_2 = \theta \gamma \Delta X \rightarrow Y_3 = (I - A)^{-1} Z_3$$

$$\Delta Z_3 = (I - A)Y_3 = (I - A)\theta \gamma \Delta X$$
 (15)

Graphique 7 : schéma illustratif du mécanisme de transmission du choc du prix du pétrole

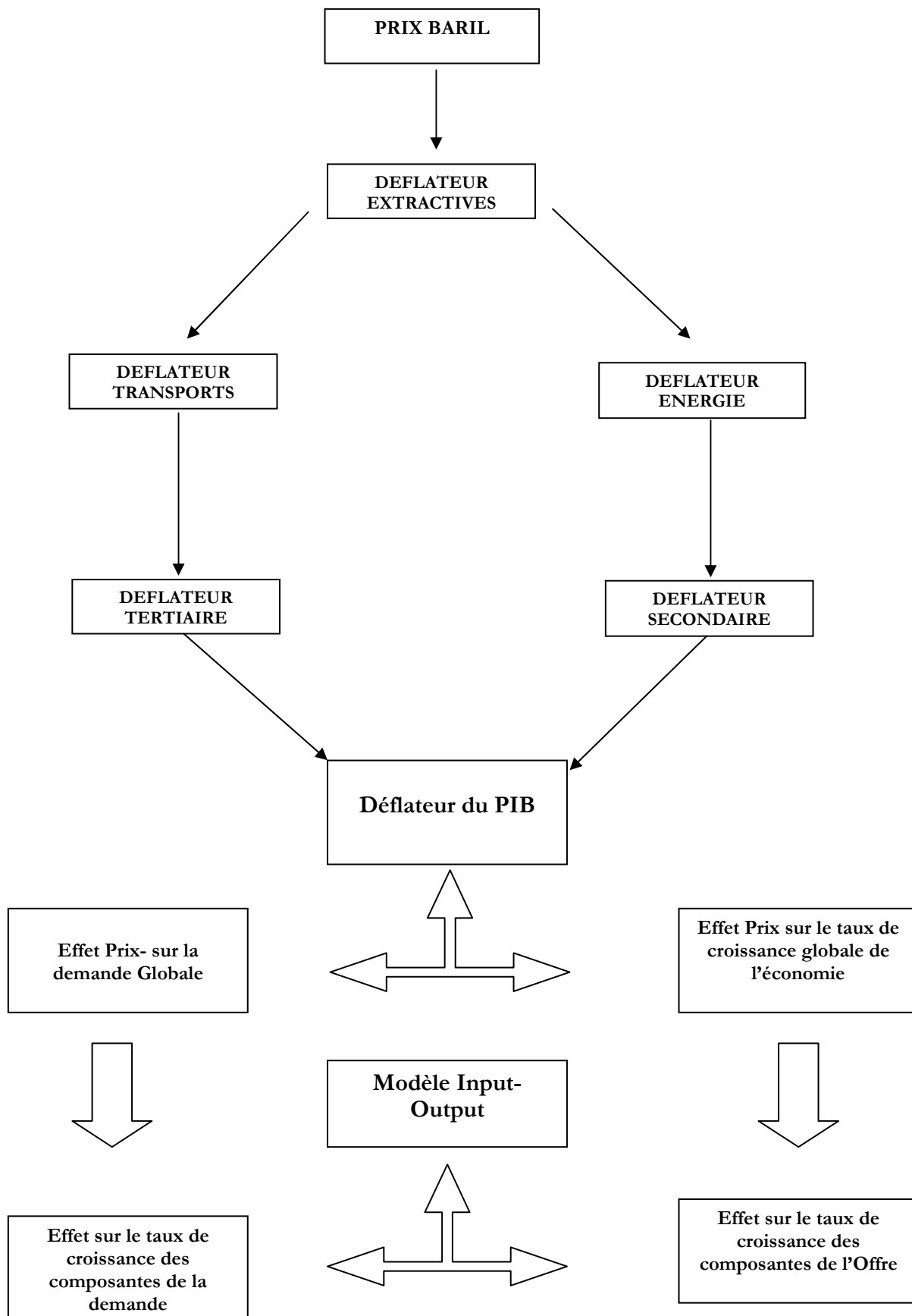


Tableau 3 : Effet sur les prix et le taux de croissance de la valeur ajoutée

Libellé des Produits	Déflateur en (%)	Taux de croissance en (%)
010 agriculture vivrière	0,052	-0,056
020 agriculture industrielle ou d'exportation	0,034	-0,037
030 élevage et chasse	0,035	-0,038
040 sylviculture, exploitation forestière,	0,005	-0,005
050 pêche	0,021	-0,023
PRIMAIRE	0,147	-0,159
060 activités extractives	0,012	-0,013
070 Transformation et conservation de viande, poisson	0,050	-0,054
080 fabrication de corps gras alimentaires	0,032	-0,035
090 travail de grains, fabrication de produits	0,025	-0,027
100 Fabrication de produits alimentaires céréaliers	0,021	-0,022
110 fabrication de sucre, transformation	0,010	-0,011
120 fabrication de produits alimentaires n.c.a	0,012	-0,013
130 fabrication de boissons	0,004	-0,005
140 fabrication de produits à base de tabac	0,005	-0,005
150 égrenage de coton et fabrication des textiles	0,022	-0,024
160 fabrication du cuir; fabrication	0,001	-0,001
170 travail du bois et fabrication d'articles	0,007	-0,007
180 fabrication de papier, carton,	0,009	-0,010
190 raffinage pétrole, cokéfaction,	0,021	-0,023
200 fabrication de produits chimiques	0,020	-0,022
210 fabrication de produits en caoutchouc	0,006	-0,006
220 fabrication de verre, poterie	0,007	-0,008
230 métallurgie, fonderie, fabrication	0,008	-0,008
240 fabrication de machines	0,002	-0,002
250 fabrication d'équipements, d'appareils	0,000	0,000
260 construction de matériels de transports	0,001	-0,001
270 fabrication de mobilier, fabrication n.c.a.,	0,010	-0,010
280 électricité, gaz et eau	0,028	-0,030
290 construction	0,065	-0,070
SECONDAIRE	0,377	-0,407
300 commerce	0,135	-0,146
310 services de la réparation	0,016	-0,017
320 services d'hébergement et restauration	0,033	-0,035
330 transports	0,061	-0,066
340 postes et télécommunications	0,023	-0,025
350 services financiers	0,021	-0,022
360 activités immobilières	0,033	-0,036
370 activités des services aux entreprises	0,027	-0,030
380 activités d'administration publique	0,060	-0,065
390 éducation et formation	0,036	-0,039
400 activités de santé et action sociale	0,012	-0,013
410 activités à caractère collectif ou personnel	0,017	-0,019
TERTIAIRE	0,476	-0,514
TOTAL	1,00	-1,08

2- Effet sur les prix et le taux de croissance des composantes de la demande

	Effet Prix sur les Prix de la demande en (%)	Effet sur le taux de croissance en (%)
CONSOMMATION FINALE	0,38	-0,41
<i>Marchande</i>	0,27	-0,29
<i>Non Marchande</i>	0,07	-0,07
<i>Administration</i>	0,04	-0,04
FBCF	0,12	-0,12
<i>Publique</i>	0,03	-0,03
<i>Privée</i>	0,09	-0,09
VARIATION DES STOCKS	-0,01	0,01
EXPORTATIONS	0,13	-0,14
TAXES NETTES	0,38	-0,43
TOTAL	1,00	-1,08

Dans cette section, on simule une augmentation du prix du baril du pétrole à l'aide du modèle input output et de la structure des coefficients techniques du TES robuste estimé.

Entre 2004 et 2005, le prix du baril est passé environ de 65\$ à 70\$ US, soit une augmentation de 7,7%. Dans le cadre de cette étude, nous simulons une augmentation du prix du baril de 10%. Cette augmentation de 10% environ au niveau des prix se répercute tel que spécifié par le schéma de transmission du choc.

Une augmentation du prix de 10% du baril engendre une poussée du niveau général des prix de 1%.

L'observation du tableau 2 met en évidence les principales branches qui ont le plus subies la flambée des prix du pétrole durant cette période. La flambée des prix a été le plus défavorable en général aux branches qui sont les plus utilisatrices de ressources énergétiques. Au nombre de ces branches, il faut noter :

- ✓ La branche « Agriculture vivrière », au niveau du secteur primaire connaît une augmentation de ces prix de 0,05%. Cette hausse des prix de l'agriculture vivrière se traduit par une perte de croissance de la branche de 0,06%.
- ✓ Au niveau du secondaire, deux branches se distinguent. La branche « Transformations et Conservations de viandes et poissons » ainsi que la branche « Construction ». L'impact d'une augmentation du prix du baril de 10% sur chacune des branches est respectivement de 0,050% et 0,07%. Corollairement, les taux de croissance dans chacune de ces branches ont connu un repli respectivement de 0,05% et 0,07%.
- ✓ Dans le secteur tertiaire, trois branches ont le plus subi le choc des prix : il s'agit du « commerce » avec une augmentation des prix de 0,14%, et une baisse du taux de croissance de 0,15%. Ensuite, viennent « les Transports », avec une augmentation des prix de 0,06%. Enfin, les « Activités d'administration publiques », où l'on note une poussée des prix de 0,06%. L'impact de la hausse du prix du baril a pratiquement les mêmes effets sur la branche « commerce » et « Activités d'administration Publique » soit une baisse de 0,07%.

En somme, en faisant l'analyse sous l'angle de l'offre, il est manifeste d'observer que l'impact d'une flambée du prix du baril est beaucoup plus préjudiciable au secteur tertiaire qui enregistre une baisse de 0,51% en point de croissance. Le secteur secondaire est affecté également et enregistre un repli de 0,41% en taux de croissance. Le secteur primaire connaît l'impact le plus faible, soit -0,16%.

Sous l'angle de la demande, on observe qu'une hausse du prix du baril a pour effet de créer des tensions inflationnistes sur les prix des intrants qui entre dans la structure de production de l'économie. On s'attend à ce qu'une hausse du prix du baril se répercute plus sur la consommation finale, du fait que les entreprises répercutent la hausse du coût de l'énergie sur le consommateur final. Ainsi, les prix des produits devraient augmenter. Cette augmentation générale des prix sera perçue par les consommateurs comme une contrainte supplémentaire sur leur budget. Les ménages, ayant pour la plupart une contrainte budgétaire saturée, s'ajusteront en comprimant leur niveau de consommation. La compression de la consommation finale, entraîne systématiquement celle des taxes et par ricochets toute la demande finale.

Les résultats des estimations corroborent les faits ci-dessus énumérés, et mettent en évidence une perte de croissance au niveau de la consommation finale et des taxes nettes respectivement de 0,41% et 0,43%.

La formation Brute de Capital Fixe (FBCF), enregistre également une perte de croissance de 0,12% (dont 0,09% en FBCF privée et 0,03% en FBCF publique) qui s'explique par la flambée des prix enregistrée surtout sur les matériaux de construction. Les ménages reportent pour la plupart leur projet d'investissement ou gèlent ceux existant. Ceci se manifeste par la baisse observée au niveau de l'investissement global.

La perte de croissance observée au niveau des exportations est également un corollaire de la hausse du niveau général des prix.

En effet, une augmentation du coût de l'énergie se manifeste par une incapacité par les principales branches à satisfaire la demande internationale adressée à l'économie nationale, provenant de la facture énergétique trop élevée que devra supporter l'industrie.

Les résultats de cette simulation renseignent sur les capacités des structures estimées à reproduire les faits réels de l'économie. Ainsi, les branches qui subissent le plus l'impact du choc de la flambée des prix sont mises en évidence, de même que l'ampleur de l'impact sur ces branches.

Toutefois, il convient de rappeler qu'une compression de la demande, et surtout les effets pervers occasionnés par cette compression, ont des effets plus dévastateurs sur le plan social. L'impact de la facture énergétique sur le plan social n'est pas directement pris en compte par le modèle implémenté. Cependant, compte tenu de la fragilité du tissu social, des mesures de politique économiques doivent être prises pour amortir les impacts négatifs sur les ménages les plus vulnérables.

LIMITES DE L'ETUDE ET CONCLUSION

La construction du TES et ses applications sont le fruit d'un grand nombre d'investigations statistiques souvent fastidieuses et de développements méthodologiques parfois très complexes. Afin de rester lisible, cette étude s'est limitée à décrire les grandes lignes des estimations réalisées, de même qu'elle limite au minimum le volet théorique, laissant au lecteur intéressé le soin de se référer aux notes techniques sur lesquelles se basent les estimations, ou les références bibliographiques sur la technique des modèles entrées-sorties.

Le tableau entrées-sorties peut fournir un grand nombre d'informations sur la structure des coûts, des débouchés et l'interdépendance entre les branches. Il peut aussi sur un autre registre, être utilisé comme instrument pour mesurer les effets directs et indirects de modifications de la demande finale ou de la production d'une branche sur le reste de l'économie.

Des modifications de production au niveau d'une branche ont, bien entendu, des répercussions sur les autres branches, que ce soit "en amont", c'est à dire sur les branches fournisseurs, ou "en aval", c'est à dire sur les branches utilisatrices.

La robustesse des coefficients techniques ne signifie guère le fait qu'ils soient statiques. La robustesse appréhendée ici, est le fait que les coefficients techniques soient chacun compris dans un intervalle précis. Ainsi, au sens de l'étude, la robustesse des coefficients techniques traduit le fait que malgré les fluctuations et les chocs subis par l'économie pendant 25 ans, les coefficients ne peuvent fluctuer indépendamment.

Les résultats obtenus mettent en évidence que les coefficients techniques sont tous inclus dans les intervalles de confiance déterminés. Ce qui corrobore les hypothèses de base des modèles spécifiés.

Toutefois, malgré la confirmation des hypothèses de base sur la robustesse des coefficients techniques calculés, il est indéniable que l'étude comporte des limites.

Les limites de cette étude sont de trois types.

- 1- dans un premier temps, la dimension temporelle de l'échantillon considéré est assez courte (25 années). Ceci peut avoir pour conséquence la non robustesse des estimations économétriques effectuées. En effet, il est établi que la robustesse des tests statistiques est prise en distance finie.
- 2- L'étude se concentre sur l'estimateur d'un ratio. Les lois suivies par le numérateur et le dénominateur étant des lois normales, il est connu que la loi suivie par le ratio est une loi de Cauchy (dans le cas où le numérateur et le dénominateur suivent des lois centrées réduites), ou une loi plus complexe. En conséquence, les estimations faites pour approcher la distribution du ratio par une loi normale, donnent des intervalles de confiance très large. Une des recommandations devrait être de travailler directement sur une série de coefficients techniques déjà calculés.

- 3- Enfin, l'intervalle de confiance élaboré est basé sur un indicateur synthétique de la moyenne et de la médiane, alors que la fonction pivotale de la loi suivie par cet estimateur (qui a simultanément les propriétés de la médiane et de la moyenne) est quasi inconnue.

Les recommandations générales portent sur les points suivants :

- 1- la mise à jour des coefficients techniques, une fois les séries de comptes trimestriels disponibles. Cette mise à jour est indispensable puisqu'elle permettra de stabiliser les coefficients techniques.
- 2- L'utilisation effective de la série des coefficients techniques élaborée par le Bureau de la comptabilité nationale de l'ANSD et des institutions utilisant les statistiques à l'instar de la Direction de la Prévision et des Etudes Economiques, de la Direction du Commerce Extérieur, la Cellule de Suivi du Programme de Lutte Contre la Pauvreté, etc.
- 3- Une publication de l'étude dans les colonnes officielles de l'Agence pour une diffusion large des résultats obtenus.

BIBLIOGRAPHIE

Akhabbar Amanar [2006], « Machine de paix, machine de guerre : l'analyse <i>input-output</i> comme modèle pour l'intervention publique », Communication au Colloque Etat Social du MATISSE (Université Paris 1), Paris, 11-13 septembre.
Arrow, K.J. and Debreu, G.. [1954], "Existence of an equilibrium for a competitive economy." <i>Econometrica</i> 22: 265-290.
Barengolts M. [1928], "Capacity of the industrial market in the USSR", in Spulber [1964b], traduit du russe, "Emkost' promyshlennogo rynka v SSSR", <i>Planovoe khoziaistvo</i> , juillet 1928, n°7.
Belykh A.A. [1989], "A note on the origins of input-output analysis and the contribution of the early soviet economists: Chayanov, Bogdanov and Kristman", <i>Soviet Studies</i> , 41(3), p. 426-429.
Boukharine Nicolas et Preobrajensky Eugène [1919], <i>ABC du communisme</i> , Paris, Maspero (1968).
Boukharine Nicolas I. [1928], "Notes of an economist at the beginning of a new economic year", in Spulber [1964b], traduit du russe.
Clark D.L [1984], "Planning and the real origins of input-output analysis", <i>Journal of Contemporary Asia</i> , 14(4), p.408-415.
Domar (Domashevitski) Evsey David [1957], "A soviet model of growth", repris dans E.D. Domar, <i>Essays in the theory of economic growth</i> , New-York: Oxford University Press.
F. Quesnay (1758) <i>Le Tableau économique</i> . 1759 "Third" edition, as reprinted in M. Kuczynski and R.L. Meek, 1972, editors, <i>Quesnay's Tableau Économique</i> . New York: A.M. Kelley.
Granik D. [1955], <i>Management of the industrial firm in the USSR</i> , New-York, Columbia University Press.
Jasny Naum [1962a], "The Russian economic 'balance' and input-output analysis: a historical comment", <i>Soviet Studies</i> , 14(1), p.75-80.
Jasny Naum [1962a], "The Russian economic 'balance' and input-output analysis: a historical comment", <i>Soviet Studies</i> , 14(1), p.75-80.
Jasny Naum [1962b], "Soviet 'perspective' planning", in <i>Essays on the Soviet economy</i> , New- York, Praeger.
Jasny Naum [1972], <i>Soviet economists of the twenties. Names to be remembered</i> , Cambridge University Press.
Kantorovitch Leonid [1959], <i>Calcul économique et utilisation des ressources</i> , Paris, Dunod (1963).
Kaser Michael [1990], "The technology of decontrol: some macroeconomic issues", <i>The Economic Journal</i> , 100(401), juin, p.596-615.
Koopmans, Tjalling, "Measurement Without Theory", <i>Review of Economic Statistics</i> , Vol. 29, No. 3, August 1947, 161-172.
Lange Oskar [1969], <i>Theory of reproduction and accumulation</i> , Oxford, New-York, Pergamon Press, traduit du polonais par Jösef Stadler, traduction dirigée par P.F Knightsfield, <i>Teoria reprodukcji i akumulacji</i> (1961) (1965).
Leontief Estelle [1987], <i>Genia and Wassily, A Russian-American memoir</i> , Somerville (Mass), Zephyr Press.
Leontief Wassily [1925], "The balance of the economy of the USSR, A methodological analysis of the work of the Central Statistical Administration", in Spulber [1964b], p.88-9, traduction du russe, "Balans narodnogo

<p>khoziaistva SSSR”, <i>Planovoe khoziaistvo</i>, 12, p.254- 258; aussi in Leontief Wassily, <i>Essays in Economics</i>, 2 ; Première publication en allemand, “Die bilanz der Russischen Volkswirtschaft. Eine methodologische Untersuchung”, <i>Weltwirtschaftliches Archiv</i>, 22(2), Octobre, p.338-344; et in <i>Weltwirtschaftliches Archiv. Chronik und Archivalien</i>, 22 (II), p.265-269.</p>
<p>Leontief Wassily [1927], « Über die Theory und Statistik der Konzentration », <i>Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik</i>, 126, mars, traduction anglaise, Leontief Wassily [1985], “The theory and statistical description of concentration”, in <i>Essays in economics: theories, theorizing, facts and policies</i>, Transaction publishers, p.258-271.</p>
<p>Leontief Wassily [1928], “Die Wirtschaft als Kreislauf”, <i>Archiv für Sozialwissenschaft und Sozialpolitik</i>, 60, p.577-623, traduction anglaise “The economy as a circular flow”, <i>Structural change and economic dynamics</i>, (1990), 2, p.177-212.</p>
<p>Leontief Wassily [1936], “Quantitative input and output relations in the economic systems of the United States”, <i>The Review of Economic Statistics</i>, 18(3), August, p. 105-125.</p>
<p>Leontief Wassily [1937], “Interrelations of prices, output, savings and investment”, <i>The Review of Economic Statistics</i>, 19(3), August, p. 109-132.</p>
<p>Leontief Wassily [1941], <i>The Structure of American Economy</i>, Cambridge, Harvard University Press.</p>
<p>Levine Hebert S. [1964], “The Russian economic ‘balance’ and input-output analysis: a reply”, <i>Soviet Studies</i>, 15(3), p.352-356.</p>
<p>Levine Herbert S. [1962], “Input-output analysis and soviet planning”, <i>The American Economic Review</i>, 52(2), Papers and Proceedings, p.127-137.</p>
<p>McKenzie, L. (1954) "On Equilibrium in Graham's Model of World Trade and Other Competitive Systems," <i>Econometrica</i>. Vol. 22 (April 1954): 147-161.</p>
<p>NEUMANN (VON) J., A Model of General Economic Equilibrium", 1937, en K. Menger, editor, <i>Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums, 1935-36</i>. (en anglais en <i>RES</i>, 1945).</p>
<p>Tretyakova Albina et Birman Igor [1976], “Input-output analysis in the USSR”, <i>Soviet Studies</i>, 28(2), p.157-186.</p>
<p>Vanoli André [2002], <i>Histoire de la comptabilité nationale</i>, Paris, La Découverte.</p>
<p>L. WALRAS, <i>Eléments d'économie politique pure</i>, trans. By D. Fry (Cambridge University Press, 1974).</p>
<p><i>Weltwirtschaftliches Archiv</i>, 22(2), Octobre, p.338-344; et in <i>Weltwirtschaftliches Archiv. Chronik und Archivalien</i>, 22 (II), p.265-269.</p>

ANNEXES

ENCADRE 1 : LA FAMILLE DES FILTRES DE HOLT WINTERS

La méthode de Holt-Winters

Cette approche a pour but d'améliorer et de généraliser le lissage exponentiel simple. La prévision est faite sur des séries assez irrégulières et soumises ou non à des variations saisonnières suivant un modèle additif ou multiplicatif.

Il convient d'indiquer que la méthode de Holt-Winters non saisonnière s'applique aux chroniques tendancielle et non saisonnières. En revanche la méthode de Holt-Winters saisonnière (schéma additif et multiplicatif) est utilisée pour prévoir des séries saisonnières.

1- Holt-Winters non saisonnière

Cette méthode est appropriée aux séries avec tendance linéaire et sans variation saisonnière. Elle est semblable à la méthode du lissage double. En effet les deux méthodes effectuent des prévisions avec une tendance linéaire et sans composante saisonnière. La méthode du lissage double est plus parcimonieuse puisqu'elle utilise un paramètre, tandis que la méthode de Holt-Winters non saisonnière utilise deux paramètres.

La série lissée \hat{y}_t est donnée par:

$$\hat{y}_{t+k} = a(t) + b(t)k \quad (1)$$

t désigne le temps, t allant de 1980 à 2004

Ces deux coefficients sont définis par les équations suivantes :

$$a(t) = \alpha y_t + (1 - \alpha)(a(t-1) + b(t-1))$$

$$b(t) = \beta (a(t) - a(t-1)) + (1 - \beta) * b(t-1)$$

où $0 < \alpha, \beta < 1$ sont des facteurs amortis

Les prévisions sont calculées par:

$$\hat{y}_{T+k} = a(T) + b(T)k \quad (2)$$

T désignant la période de la prévision

Ces prévisions sont basées sur une tendance linéaire avec constante stochastique a(t) et pente stochastique b(t).

Il faut noter que la méthode de Holt-Winters non saisonnière, n'est pas la même que la méthode additive ou multiplicative. Cette condition limite les changements dans le temps des facteurs saisonniers qui sont ainsi différents de 0 (fixé) dans les prévisions.

2- Holt-Winters additive

Cette méthode est appropriée aux séries avec tendance linéaire et variation saisonnière additive. La série lissée \hat{y}_t est donnée par:

$$\hat{y}_{t+k} = a(t) + b(t)k + c(t+k)$$

où a est la constante stochastique et b la tendance stochastique, c est le facteur saisonnier additif stochastique et t le temps. Les trois coefficients sont définis par les équations suivantes :

$$a(t) = \alpha(y_t - c_t(t-s)) + (1-\alpha)(a(t-1) + b(t-1))$$

$$b(t) = \beta(a(t) - a(t-1)) + (1-\beta)b(t-1)$$

$$c(t) = \gamma(y_t - a(t+1)) - \gamma c(t-s)$$

où $0 < \alpha, \beta, \gamma < 1$ sont des facteurs amortis et s la fréquence de la saisonnalité.

La prévision est obtenue en calculant le terme :

$$\hat{y}_{T+k} = a(T) + b(T)k + c(T+k-s) \quad (3)$$

Où les facteurs saisonniers sont obtenus à partir des dernières estimations de s .

3- Holt-Winters multiplicative

Cette méthode est appropriée aux séries avec tendance linéaire et une variation saisonnière multiplicative.

La série lissée \hat{y}_t est donnée par :

$$\hat{y}_{t+k} = (a + bk)c_{t+k}$$

où a est la constante stochastique et b la tendance stochastique et c_t est le facteur saisonnier multiplicatif stochastique. Les trois coefficients sont définis par les équations suivantes :

$$a(t) = \alpha \frac{y_t}{c_t(t-s)} + (1-\alpha)(a(t-1) + b(t-1))$$

$$b(t) = \beta(a(t) - a(t-1)) + (1-\beta)b(t-1)$$

$$c(t) = \gamma \frac{y_t}{a(t)} + (1-\gamma)c_t(t-s)$$

où $0 < \alpha, \beta, \gamma < 1$ sont les facteurs amortis et s la fréquence de la saisonnalité. Les prévisions sont obtenues par :

$$\hat{y}_{t+k} = (a(T) + b(T))kc(T+k-s)$$

Où les facteurs saisonniers sont obtenus à partir des dernières estimations de s .

ENCADRE 2 : LA METHODE DE FILTRAGE DE HODRICK ET PRESCOTT

Le filtre de Hodrick Prescott est très utilisé en macroéconomie appliquée. Il permet de procéder à une décomposition entre le cycle et la tendance, c'est-à-dire d'isoler les composantes tendancielle et cyclique d'une série économique. Elle s'est progressivement substituée aux méthodes de régression sur des polynômes du temps présentant l'inconvénient de supposer une tendance déterministe (fonction du temps) et une composante cyclique aléatoire (le résidu de la régression). Or, il est admis depuis la contribution fondamentale de Nelson et Plosser (1982) que la composante tendancielle affichée par la plupart des séries économiques est de type aléatoire et non de type déterministe.

Formellement si y_t représente la série de la production disponible, elle peut être décomposée comme suit :

$$y_t = \bar{y}_t + y_t^c$$

Où \bar{y}_t désigne la composante tendancielle de la production disponible et y_t^c la composante cyclique ou conjoncturelle. Le partage de la production disponible entre ces deux composantes est obtenu selon le filtre Hodrick et Prescott par la résolution d'un programme d'optimisation. On minimise par rapport à la chronique des \bar{y}_t , une somme pondérée de la variance des écarts conjoncturels et de la variance des changements de rythme de la croissance potentielle. Soit :

$$\text{Min} \left[\sum_{t=1}^T y_t^c{}^2 + \lambda \sum_{t=3}^T (\Delta \bar{y}_t - \Delta \bar{y}_{t-1})^2 \right]$$

$$\text{S.C } y_t = \bar{y}_t + y_t^c$$

Les valeurs extrêmes $\lambda = 0$ et $\lambda \rightarrow \infty$ correspondent respectivement à une composante conjoncturelle nulle ($\bar{y}_t = y_t, \forall t$), où la production disponible et la production disponible tendancielle sont confondues, et à une tendance linéaire, c'est-à-dire une croissance tendancielle à taux constant ($\Delta \bar{y}_t = \Delta \bar{y}, \forall t$).

ENCADRE 3 : DISTRIBUTION DU RAPPORT DE DEUX VARIABLES

Distribution du rapport de deux variables indépendantes

Soient deux variables indépendantes X et Y de densité de probabilité respective f_X et f_Y . Soit le rapport de ces deux variables $Z = \frac{X}{Y}$ alors :

$$P(Z \leq z) = P\left(\frac{X}{Y} \leq z\right) = \int_{+\infty}^{-\infty} f_Y(y) P\left(\frac{X}{Y} \leq z\right) dy \quad (1)$$

$$\int_0^{+\infty} f_Y(y) P(X \leq zy) dy + \int_{-\infty}^0 f_Y(y) P(X \geq zy) dy$$

$$= \int_0^{+\infty} f_Y(y) \int_{-\infty}^{zy} f_X(x) dx dy + \int_{-\infty}^0 f_Y(y) \int_{zy}^{+\infty} f_X(x) dx dy \quad (2)$$

$$= \int_0^{+\infty} f_Y(y) \int_{-\infty}^z f_X(xy) y dx dy - \int_{-\infty}^0 f_Y(y) \int_{-\infty}^z f_X(xy) y dx dy \quad (3)$$

Une dérivation fournit la densité de probabilité de présence du rapport.

$$f_Z(z) = \int_0^{+\infty} f_Y(y) f_X(zy) y dy - \int_{-\infty}^0 f_Y(y) f_X(zy) y dy \quad (4)$$

Cette formule se réduit à 2 fois son premier terme si les deux variables sont des distributions paires.

Rapport des lois normales

- a- dans le cas du rapport de deux lois normales centrées réduites, le rapport suit une distribution de Breit-Wigner (ou de Cauchy).

$$f_Z(z) = \frac{1}{\pi} \times \frac{1}{1+z^2} \quad (5)$$

Qui en fait suit une loi de student à un degré de liberté.

Dans le cas de deux lois normales centrées, d'écart types respectifs σ_X et σ_Y , le rapport qui suit :

$$f_Z(z) = \frac{1}{\pi} \times \frac{\sigma_X}{\sigma_Y} \frac{1}{1 + \frac{\sigma_Y^2}{\sigma_X^2} z^2} \quad (6)$$

Cette distribution ne possède pas de moment d'ordre supérieur à la moyenne. Dans les cas général, deux lois normales centrées respectivement en m_i et d'écart type σ_i le rapport qui suit :

$$f_Z(z) = \frac{1}{\pi} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \times \frac{1}{1 + \frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2} z^2} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{m_x^2}{\sigma_x^2} + \frac{m_y^2}{\sigma_y^2} \right]} \times \left[1 + \alpha(z) e^{\frac{1}{2} \alpha^2(z)} \int_0^{\alpha(z)} e^{-\frac{u^2}{2}} du \right]$$

$$\text{Avec } \alpha(z) = \frac{\frac{m_y}{\sigma_y^2} + \frac{m_x}{\sigma_x^2} z}{\sqrt{\frac{1}{\sigma_x^2} + \frac{1}{\sigma_y^2}}} = \frac{m_x}{\sigma_y} \times \frac{\frac{m_y}{\sigma_x} + \frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2} z}{\sqrt{1 + \frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2} z^2}}$$

Pour un écart type du dénominateur grand devant sa moyenne, cette distribution se rapproche de la Breit-Wigner décrite à l'équation 5. Cependant, pour un écart type de dénominateur faible devant sa moyenne ($m_y \gg \sigma_y$), soit en pratique $m_y \gg 3\sigma_y$. R.C. GEARY (1970) a prouvé que la variable

$\frac{m_y z - m_x}{\sigma_y^2 z^2 + \sigma_x^2}$ suivait approximativement une loi normale centrée réduite.

La moyenne de z est alors $m = \frac{m_1}{m_2}$.

En admettant, aux dépens de la rigueur mathématique que z ne s'en écarte pas trop, alors il s'ensuit que z suit une gaussienne centrée en m et d'écart type.

$$\frac{\sigma^2}{m^2} = \frac{\sigma_x^2}{m_x^2} + \frac{\sigma_y^2}{m_y^2}$$

ENCADRE 4 : LES JUSTIFICATIFS DU CHOIX DE L'ESTIMATEUR

Soit $B = \frac{t_{y_1}}{t_{y_2}}$ un ratio de deux quantités t_{y_1} et t_{y_2}

L'estimateur de B est obtenu en estimant séparément le numérateur et le dénominateur. Cet estimateur

\hat{B} est un ratio de deux variables aléatoires, \hat{t}_{y_1} et \hat{t}_{y_2} . \hat{B} est une fonction non linéaire de variables aléatoires.

Déterminer une expression exacte de son biais ou de sa variance est donc virtuellement impossible.

Pour contourner cette difficulté, il convient d'approximer la fonction non linéaire par une fonction linéaire des observations.

A cet effet, on linéarise la fonction non linéaire, en utilisant la linéarisation par séries de Taylor.

Linéarisation par série de Taylor du 1^{er} ordre

Soit $\theta = f(t_1, \dots, t_q)$. On acceptera que θ peut être approché

$$\text{par : } \hat{\theta} = f(\hat{t}_1, \dots, \hat{t}_q) = f(t_1, \dots, t_q) + \sum_{j=1}^q \frac{f(\hat{t}_1, \dots, \hat{t}_q)}{\partial \hat{t}_j} \bigg|_{\hat{t}_1=t_1, \dots, \hat{t}_q=t_q} (\hat{t}_j - t_j)$$

Soit $B = f(t_{y_1}, t_{y_2})$, un estimateur de B est $\hat{B} = f(\hat{t}_{y_1}, \hat{t}_{y_2}) = \frac{\hat{t}_{y_1}}{\hat{t}_{y_2}}$

dans le cas d'espèce $B = \frac{t_{y_1}}{t_{y_2}}$ et $\hat{B} = \frac{\hat{t}_{y_1}}{\hat{t}_{y_2}}$

$$\hat{B} = f(\hat{t}_{y_1}, \hat{t}_{y_2}), \text{ on évalue les dérivées partielles } \frac{\partial f(\hat{t}_{y_1}, \hat{t}_{y_2})}{\partial \hat{t}_{y_1}} \text{ et } \frac{\partial f(\hat{t}_{y_1}, \hat{t}_{y_2})}{\partial \hat{t}_{y_2}} \text{ on a } \frac{\partial f(\hat{t}_{y_1}, \hat{t}_{y_2})}{\partial \hat{t}_{y_1}} \bigg|_{\hat{t}_{y_1}=t_{y_1}, \dots, \hat{t}_{y_2}=t_{y_2}} = \frac{1}{t_{y_2}}$$

$$\frac{\partial f(\hat{t}_{y_1}, \hat{t}_{y_2})}{\partial \hat{t}_{y_2}} \bigg|_{\hat{t}_{y_1}=t_{y_1}, \dots, \hat{t}_{y_2}=t_{y_2}} = \frac{-t_{y_1}}{t_{y_2}^2}$$

Ce qui donne

$$\hat{B} = f(\hat{t}_{y_1}, \hat{t}_{y_2}) = f(t_{y_1}, t_{y_2}) + \frac{1}{t_{y_2}} (\hat{t}_{y_1} - t_{y_1}) - \frac{t_{y_1}}{t_{y_2}^2} (\hat{t}_{y_2} - t_{y_2}) + \text{reste} \approx B + \frac{1}{t_{y_2}} (\hat{t}_{y_1} - t_{y_1}) - \frac{t_{y_1}}{t_{y_2}^2} (\hat{t}_{y_2} - t_{y_2})$$

$$\hat{B} - B = \frac{1}{t_{y_2}} \left[(\hat{t}_{y_1} - t_{y_1}) - \frac{t_{y_1}}{t_{y_2}} (\hat{t}_{y_2} - t_{y_2}) \right]$$

$$\hat{B} - B = \frac{1}{t_{y_2}} \left[(\hat{t}_{y_1} - t_{y_1}) - \frac{t_{y_1}}{t_{y_2}} \hat{t}_{y_2} + t_{y_1} \right]$$

$$\hat{B} - B \approx \frac{1}{t_{y_2}} (\hat{t}_{y_1} - B \hat{t}_{y_2})$$

$$E(\hat{B} - B) \approx \frac{1}{t_{y_2}} [E(\hat{t}_{y_1}) - BE(\hat{t}_{y_2})] = \frac{1}{t_{y_2}} [t_{y_1} - B t_{y_2}] = 0$$

Un développement par séries de Taylor du 1^{er} ordre montre donc que \hat{B} est approximativement sans biais de B.

Autrement dit, le biais de \hat{B} est considéré négligeable pour une taille d'échantillon grande.

L'estimation de l'erreur de l'estimateur

Dans cette section, on cherche à trouver une borne supérieure à l'erreur effectuée sur l'estimateur.

Soit $B = \frac{X}{Y}$ (1) le ratio de deux variables aléatoires X et Y.

Un estimateur naturel de B consiste à estimer séparément le numérateur et le dénominateur en (1). Un estimateur de B est donné par $\hat{B} = \frac{\hat{X}}{\hat{Y}}$ (2).

Cependant, la question qui se pose est de savoir si \hat{B} est un estimateur sans biais de B.

$$E(\hat{B}) = E\left(\frac{\hat{X}}{\hat{Y}}\right) \neq \frac{E(\hat{X})}{E(\hat{Y})}$$

Autrement dit, l'espérance d'un ratio n'est pas égale au ratio des espérances. Peut-on alors, évaluer le biais de \hat{B} ? Il n'est pas facile d'obtenir l'expression exacte du biais de \hat{B} . On se contentera d'obtenir une borne supérieure du biais de \hat{B} .

Soit $\varepsilon(X)$ et $\varepsilon(Y)$ les erreurs faites respectivement sur l'estimateur de X et de Y.

$$\text{On a l'égalité } B = \frac{\hat{X} + \varepsilon(X)}{\hat{Y} + \varepsilon(Y)}$$

$$B = \frac{\hat{X} + \varepsilon(X)}{\hat{Y} + \varepsilon(Y)} \text{ ce qui implique } B = \frac{\hat{X}}{\hat{Y} + \varepsilon(Y)} + \frac{\varepsilon(X)}{\hat{Y} + \varepsilon(Y)}$$

Le principal étant de trouver une borne supérieure à l'erreur, on suit les étapes suivantes.

$$\hat{Y} + |\varepsilon(Y)| \geq |\varepsilon(Y)| \Rightarrow \frac{|\varepsilon(X)|}{\hat{Y} + |\varepsilon(Y)|} \leq \frac{|\varepsilon(X)|}{|\varepsilon(Y)|}$$

$$\text{Donc une borne supérieure de l'erreur devient } \frac{|\varepsilon(X)|}{|\varepsilon(Y)|}.$$

$$\text{En d'autres termes, la borne supérieure de l'erreur faite sur l'estimateur est : } \frac{|\varepsilon(X)|}{|\varepsilon(Y)|}$$

$$\text{Et le ratio B peut se réécrire sous la forme } B \approx \frac{\hat{X}}{\hat{Y}} + \frac{|\varepsilon(X)|}{|\varepsilon(Y)|}$$

ENCADRE 5 : L'ESTIMATEUR COMBINAISON LINEAIRE DE LA MOYENNE ET DE LA MEDIANE

Une statistique de test a été proposée par Turkheimer et al. dans le cadre des analyses d'images médicales RMN. On reste sur l'idée intuitive d'une statistique de test proportionnelle à la différence entre les moyennes et réduite par un facteur d'échelle.

Classiquement on peut choisir la moyenne empirique de l'échantillon, $\bar{\mu}$ ou la médiane empirique de l'échantillon $\hat{\mu}$.

La médiane présente l'avantage d'être plus robuste en cas de valeurs extrêmes, c'est-à-dire quand on a des distributions à queues plus lourdes qu'une distribution normale. En effet, contrairement à la moyenne empirique, la médiane est un estimateur robuste de la tendance centrale d'une distribution. Elle n'est pas affectée par des valeurs très petites ou très grandes qui peuvent par contre biaiser le calcul de la moyenne empirique.

Moyenne empirique et médiane empirique sont toutes deux des caractéristiques de tendance centrale. Choisir la moyenne, c'est choisir de minimiser l'écart quadratique, choisir la médiane, c'est minimiser l'écart absolu moyen.

$$\bar{\mu} = \arg \min_x \text{EQM}(x) = \arg \min_x \sum_{j=1}^n (X_{ij} - x)^2$$

$$\hat{\mu} = \arg \min_x \text{EAM}(x) = \arg \min_x \sum_{j=1}^n |X_{ij} - x|$$

Plutôt que de faire un choix entre médiane et moyenne, Turkheimer et al., utilisent une approche assez intuitive initialement développée par Samuel-Cahn en 1994: une combinaison linéaire de ces deux estimateurs.

$$\left(\hat{\mu}\right)_{\lambda} = \lambda \bar{\mu} + (1 - \lambda) \hat{\mu} \quad \text{avec } \lambda > 0$$

Où λ est un facteur de pondération.

On appellera cet estimateur $(\text{LCMM}(X))_{\lambda}$, c'est-à-dire, en anglais, la Combinaison

Linéaire de la Moyenne et de la Médiane. Cet estimateur présente de nombreux avantages. En faisant varier la valeur de λ , il peut tirer profit de la bonne efficacité de la moyenne empirique quand la distribution est proche d'une distribution normale et cependant bénéficier de la robustesse de la médiane quand les queues de distribution sont plus lourdes et/ou qu'il y a des valeurs extrêmes.

Le facteur de pondération λ peut prendre n'importe quelle valeur positive. Dans le cas d'une distribution avec des queues plus légères qu'une gaussienne, la valeur optimale de λ sera supérieure à 1; par exemple, le mélange optimal entre la moyenne et la médiane pour estimer l'espérance d'une distribution uniforme à un facteur de pondération égal à 3/2.

Quand on s'attend à avoir des données dont la loi a des queues au moins aussi lourdes qu'une loi normale, les valeurs optimales de λ sont situées dans l'intervalle 0 et 1.

Pour calculer la statistique de test, nous avons aussi besoin d'un estimateur d'échelle $s(\mathbf{X}^1, \mathbf{X}^2)$. Il existe une large variété d'estimateurs robustes de l'écart-type; en raison de sa robustesse dans le cadre des échantillons de petite taille, on peut choisir un estimateur nommé l'écart-type empirique agrégé proposé par D'Agostino et Cureton en 1973. La statistique de test Z a alors la forme finale:

$$Z_\lambda = \frac{(\text{LCMM}(\mathbf{X}^1))_\lambda - (\text{LCMM}(\mathbf{X}^2))_\lambda}{s(\mathbf{X}^1, \mathbf{X}^2)}$$

La dernière étape pour être en mesure de calculer la statistique de test est de déterminer la valeur optimale de λ en fonction des données. On utilise une technique appelée MVA (Variance Minimum Adaptive) (Turkheimer et al.) qui appartient à la classe des techniques d'estimation adaptatives par « bootstrap » originellement introduites par Léger et Romano en 1990. Il a été montré que la technique MVA avait de bonnes propriétés pour des échantillons petits pour une utilisation avec divers estimateurs robustes.

Tableau 4 : Test de normalité sur les branches

VARIABLES	RMSE			THEIL			Mean	Median	Std. Dev.	Jarque-Bera	Probability
	HW Additive	HW multiplicative	HW no seasonal	HW Additive	HW multiplicative	HW no seasonal					
VAL10	31067,78	30086,10	38489,37	0,060	0,058	0,076	162402,8	144051,50	61963,19	0,847706	0,6545
VAL20	42776,56	40353,73	52809,58	0,210	0,199	0,257	97747,44	93897,78	33744,18	1,702693	0,4268
VAL30	22403,68	21488,51	20616,00	0,063	0,061	0,059	116806,1	97874,78	55692,27	2,000308	0,3678
VAL40	4530,61	4347,95	4310,17	0,066	0,064	0,064	22638,53	13243,58	13971,92	2,702178	0,2590
VAL50	19102,78	18463,68	19518,65	0,082	0,079	0,085	77553,5	59208,22	40660,64	2,09798	0,3503
VAL60	7583,94	8064,70	7870,42	0,022	0,024	0,023	48172,63	34335,30	23856,95	3,038718	0,2189
VAL70	21038,11	20997,34	21727,66	0,042	0,042	0,043	163927,1	137905,50	72389,10	2,315631	0,3142
VAL80	45979,48	49348,88	49568,67	0,138	0,149	0,151	97094,11	89958,85	32662,64	0,256021	0,8798
VAL90	11473,24	12042,14	14203,34	0,048	0,050	0,060	79014,23	68205,04	36665,57	1,388445	0,4995
VAL100	13826,57	13227,38	11485,31	0,062	0,059	0,052	73477,78	56939,65	40151,40	2,238131	0,3266
VAL110	3466,95	3450,56	4083,14	0,029	0,029	0,035	33164,95	28940,68	9141,36	2,623337	0,2694
VAL120	8509,26	10459,22	4778,14	0,058	0,071	0,033	49583,09	34007,90	36504,81	2,975584	0,2259
VAL130	2911,65	3157,62	2108,48	0,055	0,059	0,040	17382,38	12138,50	10856,35	3,098764	0,2124
VAL140	5173,71	4001,74	4987,92	0,089	0,069	0,087	18575,06	13750,99	10942,79	8,624958	0,0134
VAL150	11726,27	10443,11	10659,17	0,050	0,044	0,045	76119,68	61142,31	36118,82	2,270938	0,3213
VAL160	1739,08	1520,41	1103,95	0,093	0,081	0,060	6125,424	3451,43	4777,07	4,242226	0,1199
VAL170	2727,58	3034,37	2497,40	0,037	0,041	0,034	25071,56	19089,05	14468,66	2,397619	0,3016
VAL180	4674,80	4925,07	4201,95	0,050	0,052	0,045	31967,35	24464,20	19289,26	2,273479	0,3209
VAL190	34558,90	36921,54	35454,14	0,117	0,125	0,122	86113,7	59076,90	67737,55	6,929745	0,0313
VAL200	24187,04	24384,99	17161,24	0,091	0,092	0,065	89795,65	56706,32	68641,87	2,732941	0,2550
VAL 210	3128,27	3283,69	2348,43	0,048	0,051	0,036	21507,89	15202,86	13493,84	3,557553	0,1688
VAL 220	5907,51	6500,92	4803,86	0,055	0,060	0,045	34916,63	19693,15	29595,81	6,304221	0,0428
VAL 230	6140,36	5850,55	4964,91	0,067	0,064	0,055	31132,8	21526,70	20115,16	2,747325	0,2532
VAL 240	1282,50	1584,60	1109,02	0,060	0,074	0,052	7171,464	4340,35	5337,50	3,444973	0,1786
VAL 260	1708,08	6187,29	1652,61	0,186	0,671	0,178	2890,641	2130,82	1963,69	2,87655	0,2373
VAL 270	4128,37	3805,37	3050,10	0,035	0,033	0,026	38325,53	26980,87	21319,75	2,97252	0,2262
VAL 280	12230,95	11867,44	10619,29	0,042	0,041	0,037	94649,16	76818,16	50122,51	3,148878	0,2071
VAL 290	38656,89	35813,32	33227,58	0,052	0,048	0,045	250876,6	179208,80	181176,40	3,573515	0,1675
VAL 300	47977,56	47971,90	55946,07	0,030	0,030	0,036	512048,4	375379,80	249584,20	2,515983	0,2842
VAL 310	9410,67	7373,22	6778,76	0,050	0,040	0,037	61991,97	44503,44	35650,65	2,690185	0,2605
VAL 320	11409,91	10897,73	11902,44	0,038	0,036	0,040	99298,4	91073,65	44525,92	1,325792	0,5154
VAL 330	21185,85	20430,82	20640,13	0,036	0,035	0,036	184633,7	169364,50	68708,83	0,893747	0,6396
VAL 340	18749,00	20052,67	11617,32	0,065	0,069	0,041	95683,56	64518,00	81192,28	8,431381	0,0148
VAL 350	12220,84	10187,21	10047,30	0,086	0,072	0,071	76269,13	57378,44	44430,97	2,404524	0,3005
VAL 360	13803,65	16136,89	12413,54	0,035	0,041	0,032	129064,5	92170,57	74871,73	2,778622	0,2492
VAL 370	18854,47	15954,96	16301,31	0,054	0,046	0,047	114297,7	76050,77	71249,11	3,425566	0,1804
VAL 380	21067,19	17751,99	14538,77	0,032	0,027	0,022	204014,4	166298,50	84059,15	2,863921	0,2388
VAL 390	11362,17	10460,33	10673,84	0,031	0,019	0,029	103303	100960,70	25060,76	1,406472	0,4950
VAL 400	4770,92	4992,88	4216,74	0,033	0,035	0,029	46303,24	34149,41	22549,39	2,701283	0,2591
VAL 410	8200,22	6807,70	7488,67	0,042	0,035	0,039	62918,58	48075,91	30433,53	2,485777	0,2886

Tableau 5: Calcul des erreurs quadratiques moyennes (RMSE) des produits disponibles par branches

Variables	Moyenne estimée	Médiane estimée	RMSE_Br
PDB 10	162 402,80	144 051,50	30 086,10
PDB 20	97 747,44	93 897,78	40 353,73
PDB 30	116 806,10	97 874,78	20 616,00
PDB 40	22 638,53	13 243,58	4 347,95
PDB 50	77 553,50	59 208,22	18 463,68
PDB 60	48 172,63	34 335,30	7 583,94
PDB 70	163 927,10	137 905,50	20 997,34
PDB 80	97 094,11	89 958,85	45 979,48
PDB 90	79 014,23	68 205,04	11 473,24
PDB 100	73 477,78	56 939,65	11 485,31
PDB 110	33 164,95	28 940,68	3 450,56
PDB 120	49 583,09	34 007,90	4 778,14
PDB 130	17 382,38	12 138,50	2 108,48
PDB 140	18 575,06	13 750,99	4 001,74
PDB 150	76 119,68	61 142,31	10 443,11
PDB 160	6 125,42	3 451,43	1 103,95
PDB 170	25 071,56	19 089,05	2 497,40
PDB 180	31 967,35	24 464,20	4 201,95
PDB 190	86 113,70	59 076,90	35 454,14
PDB 200	89 795,65	56 706,32	17 161,24
PDB 210	21 507,89	15 202,86	2 348,43
PDB 220	34 916,63	19 693,15	4 803,86
PDB 230	31 132,80	21 526,70	4 964,91
PDB 240	7 171,46	4 340,35	1 109,02
PDB 260	2 890,64	2 130,82	1 652,61
PDB 270	38 325,53	26 980,87	3 050,10
PDB 280	94 649,16	76 818,16	10 619,29
PDB 290	250 876,60	179 208,80	33 227,58
PDB 300	512 048,40	375 379,80	47 971,90
PDB 310	61 991,97	44 503,44	6 778,76
PDB 320	99 298,40	91 073,65	10 897,73
PDB 330	184 633,70	169 364,50	20 430,82
PDB 340	95 683,56	64 518,00	11 617,32
PDB 350	76 269,13	57 378,44	10 047,30
PDB 360	129 064,50	92 170,57	12 413,54
PDB 370	114 297,70	76 050,77	15 954,96
PDB 380	204 014,40	166 298,50	14 538,77
PDB 390	103 303,00	100 960,70	10 460,33
PDB 400	46 303,24	34 149,41	4 216,74
PDB 410	62 918,58	48 075,91	6 807,70

Tableau 6: Calcul des erreurs quadratiques moyennes des consommations intermédiaires par branches

Branches	Moyenne estimée	Médiane estimée	RMSE_CI
PDB 10	22 225,79	21 017,80	832,71
PDB 20	23 275,97	22 600,14	1 770,93
PDB 30	21 300,64	20 126,55	644,41
PDB 40	7 763,79	6 297,86	260,76
PDB 50	33 927,24	29 327,39	1 661,44
PDB 60	24 528,72	20 712,85	730,66
PDB 70	72 576,13	65 620,22	2 798,89
PDB 80	90 488,08	94 657,08	7 008,85
PDB 90	67 387,80	64 422,77	1 920,93
PDB 100	63 576,13	55 986,64	1 529,01
PDB 110	18 700,41	16 719,06	511,06
PDB 120	40 565,70	31 368,17	614,88
PDB 130	11 116,29	8 884,69	239,77
PDB 140	15 444,46	12 004,63	631,30
PDB 150	43 886,59	39 523,06	1 099,16
PDB 160	2 971,00	2 117,38	80,63
PDB 170	14 929,34	13 743,16	362,13
PDB 180	22 384,99	19 892,74	495,26
PDB 190	82 335,56	46 617,65	5 220,46
PDB 200	58 850,60	48 299,69	1 742,28
PDB 210	14 988,79	11 724,34	416,88
PDB 220	23 540,16	14 003,50	659,52
PDB 230	18 263,16	15 021,33	504,85
PDB 240	5 626,41	4 106,92	139,60
PDB 260	1 871,80	1 767,14	181,43
PDB 270	15 565,68	12 306,49	245,76
PDB 280	44 145,02	31 787,43	1 143,10
PDB 290	181 999,20	133 625,80	3 736,49
PDB 300	146 721,60	128 206,70	3 365,47
PDB 310	47 300,68	39 861,20	776,61
PDB 320	77 801,36	72 680,13	1 836,43
PDB 330	95 702,73	91 278,27	2 167,84
PDB 340	35 032,81	22 158,25	1 218,15
PDB 350	22 514,22	18 778,95	492,09
PDB 360	9 304,37	7 573,63	181,77
PDB 370	39 731,19	34 863,34	1 352,50
PDB 380	41 100,38	30 090,29	987,00
PDB 390	16 024,08	15 534,84	626,74
PDB 400	10 689,96	7 215,65	308,76
PDB 410	21 201,30	18 469,28	430,66

Tableau 7 : Structure médiane de la part des produits dans la consommation intermédiaire

Libellé des Produits	Structure Médiane
010 agriculture vivrière	5,19%
020 agriculture industrielle ou d'exportation	3,38%
030 élevage et chasse	3,53%
040 sylviculture, exploitation forestière,	0,48%
050 pêche	2,13%
060 activités extractives	1,24%
070 Transformation et conservation de viande, poisson	4,97%
080 fabrication de corps gras alimentaires	3,24%
090 travail de grains, fabrication de produits	2,46%
100 Fabrication de produits alimentaires céréaliers	2,05%
110 fabrication de sucre, transformation	1,04%
120 fabrication de produits alimentaires n.c.a	1,23%
130 fabrication de boissons	0,44%
140 fabrication de produits à base de tabac	0,50%
150 égrenage de coton et fabrication des textiles	2,20%
160 fabrication du cuir; fabrication	0,12%
170 travail du bois et fabrication d'articles	0,69%
180 fabrication de papier, carton,	0,88%
190 raffinage pétrole, cokéfaction,	2,13%
200 fabrication de produits chimiques	2,04%
210 fabrication de produits en caoutchouc	0,55%
220 fabrication de verre, poterie	0,71%
230 métallurgie, fonderie, fabrication	0,78%
240 fabrication de machines	0,16%
250 fabrication d'équipements, d'appareils	0,00%
260 construction de matériels de transports	0,08%
270 fabrication de mobilier, fabrication n.c.a.,	0,97%
280 électricité, gaz et eau	2,77%
290 construction	6,46%
300 commerce	13,53%
310 services de la réparation	1,60%
320 services d'hébergement et restauration	3,28%
330 transports	6,10%
340 postes et télécommunications	2,33%
350 services financiers	2,07%
360 activités immobilières	3,32%
370 activités des services aux entreprises	2,74%
380 activités d'administration publique	5,99%
390 éducation et formation	3,64%
400 activités de santé et action sociale	1,23%
410 activités à caractère collectif ou personnel	1,73%
Total	100%

La structure médiane est calculée sur la période de 1980 à 2004 sur les TES en valeur.

Tableau 8 : Branche d'activité

NAEMAS	Libellé des activités
010	agriculture vivrière
020	agriculture industrielle ou d'exploitation
030	Elevage et chasse
040	Sylviculture, exploitation forestière, activités annexes
050	Pêche
060	Activités extractives
070	Abattage, transformation et conservation de viandes, de poissons, crustacées et mollusques
080	Fabrication de corps gras alimentaires
090	Travail de grains, fabrication de produits amylicés et d'alimentations pour animaux
100	Fabrication de produits alimentaires à base de céréales
110	Fabrication de sucre, transformation de cacao et du café, confiserie
120	Fabrication de produits alimentaires à base de céréales
130	Fabrications de boissons
140	Fabrication de produits à base de tabac
150	Egrenage de coton et fabrication de textiles
160	Fabrication du cuir, Fabrication d'articles de voyage, chaussures
170	Travail de bois et fabrication d'articles en bois ou de vannerie
180	Fabrication de papier, carton, édition, imprimerie
190	Raffinage pétrole, cokéfaction, industrie nucléaire
200	Fabrication de produits chimiques
210	Fabrication de produits en caoutchouc ou en plastique
220	Fabrication de verre, poterie et matériel de construction
230	Métallurgie, fonderie, fabrication d'ouvrages en métaux
240	Fabrication de machines et de matériels divers
260	Construction de matériels de transports
270	Fabrication de mobilier, fabrication NCA, récupération
280	Electricité, gaz et eau
290	Construction de matériels de transports
300	Commerce
310	Services de la réparation
320	Services d'hébergement et restauration
330	Transports et communications
340	Postes et télécommunications
350	Services financiers
360	Activités immobilières
370	Activités des services aux entreprises
380	Activités d'administration publique
390	Education et formation
400	Activités de santé et action sociale
410	Activités à caractère collectif ou personnel